

УРАЛЬСКИЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (Ф) АКА-  
ДЕМИИ ТРУДА И СОЦИАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ Г. МОСКВА

# **МАТЕМАТИКА**

Сборник заданий  
для самостоятельной работы студентов

2019

Сборник содержит задания для самостоятельной работы студентов по основным разделам математики. Каждое задание состоит из 25 однотипных вариантов. В конце сборника имеется список рекомендуемой литературы, а также многочисленные приложения, содержащие необходимые теоретические сведения для успешного выполнения заданий.

Издание предназначено для студентов 1 курса всех специальностей среднего профессионального образования.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	5
<b>Раздел 1. Алгебра.....</b>	<b>6</b>
Тема 1. Целые, рациональные и действительные числа.....	6
Тема 2. Корни и степени.....	10
Тема 3. Логарифмы.....	15
Тема 4. Преобразование алгебраических выражений.....	19
Тема 5. Основы тригонометрии.....	20
Тема 6. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.....	27
Тема 7. Простейшие тригонометрические уравнения	28
Тема 8. Функции и их свойства.....	29
Тема 9. Показательная функция.....	34
Тема 10. Логарифмическая функция.....	35
Тема 11. Тригонометрические функции.....	37
Тема 12. Рациональные и иррациональные уравнения.....	39
Тема 13. Показательные и логарифмические уравнения.....	41
Тема 14. Тригонометрические уравнения.....	45
Тема 15. Системы уравнений.....	47
Тема 17. Рациональные, показательные и логарифмические неравенства.....	49
<b>Раздел 2. Начала математического анализа.....</b>	<b>53</b>
Тема 18. Производная, ее геометрический и механический смысл.....	53
Тема 19. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.....	60
<b>Раздел 3. Геометрия.....</b>	<b>63</b>

Тема 21. Прямые и плоскости в пространстве.....	63
Тема 22. Многогранники.....	73
Тема 23. Тела и поверхности вращения.....	76
Тема 24. Измерения в геометрии.....	78
Тема 32. Координаты и векторы.....	81
Список рекомендуемой литературы.....	87
Приложение.....	88

## ВВЕДЕНИЕ

Математика играет важную роль в естественнонаучных, инженерно-технических, экономических и правовых исследованиях. Без современной математики с ее развитым логическим и вычислительным аппаратом был бы невозможен прогресс в различных областях человеческой деятельности.

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач, но и элементом общей культуры. Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую в системе подготовки современного специалиста.

Предлагаемое издание содержит задания по фундаментальным разделам математики, изучение которых составит основу математических знаний студента.

Сборник состоит из 32 тем. По каждой теме даны задания для самостоятельной работы, которые студент может выполнять на практических занятиях или во время внеаудиторной домашней работы.

В конце сборника имеется список рекомендуемой литературы, а также многочисленные приложения, содержащие необходимые теоретические сведения для успешного выполнения заданий.

## РАЗДЕЛ 1. АЛГЕБРА

## Тема 1. Целые, рациональные и действительные числа

Задание 1. Найдите значение выражения.

$$1. \frac{7 - 6,35 : 6,5 + 9,9}{\left(1,2 : 36 + 1,2 : 0,25 - 1 \frac{5}{16}\right) : \frac{169}{24}}.$$

$$2. \frac{\left(0,5 : 1,25 + \frac{7}{5} : 1 \frac{4}{7} - \frac{3}{11}\right) \cdot 3}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 18 \frac{1}{3}}.$$

$$3. \left(\frac{2,7 - 0,8 \cdot 2 \frac{1}{3}}{5,2 - 1,4 : \frac{3}{70}} + 0,125\right) : 2 \frac{1}{2} + 0,43.$$

$$4. \frac{2 \frac{3}{4} : 1,1 + 3 \frac{1}{3} : \frac{5}{7} - \left(2 \frac{1}{6} + 4,5\right) \cdot 0,375}{2,5 - 0,4 \cdot 3 \frac{1}{3}} : \frac{1}{2,75 - 1 \frac{1}{2}}.$$

$$5. \frac{\left(13,75 + 9 \frac{1}{6}\right) \cdot 1,2}{\left(10,3 - 8 \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9}} + \frac{\left(6,8 - 3 \frac{3}{5}\right) \cdot 5 \frac{5}{6}}{\left(3 \frac{2}{3} - 3 \frac{1}{6}\right) \cdot 56} - 27 \frac{1}{6}.$$

$$6. \frac{\left(\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15}\right) : \left(\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15}\right) \cdot 2,52}{\left(0,5 - \frac{1}{3} + 0,25 - \frac{1}{5}\right) : \left(0,25 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{7}{13}}.$$

$$7. \frac{0,4 + 8 \cdot \left(5 - 0,8 \cdot \frac{5}{8}\right) - 5 : 2 \frac{1}{2}}{\left(1 \frac{7}{8} \cdot 8 - \left(8,9 - 2,6 : \frac{2}{3}\right)\right) \cdot 34 \frac{2}{5}} \cdot 90.$$

$$8. \frac{\left(5 \frac{4}{45} - 4 \frac{1}{6}\right) : 5 \frac{8}{15}}{\left(4 \frac{2}{3} + 0,75\right) \cdot 3 \frac{9}{13}} \cdot 34 \frac{2}{7} + \frac{0,3 : 0,01}{70} + \frac{2}{7}.$$

$$9. \frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - 0,005\right) : 0,1}{30,5 + \frac{1}{6} + 3 \frac{1}{3}} + \frac{6 \frac{3}{4} + 5 \frac{1}{2}}{26 : 3 \frac{5}{7}} - 0,05.$$

$$10. \frac{3 \frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4 \frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - 0,16} : \frac{3,5 + 4 \frac{2}{3} + 2 \frac{2}{15}}{0,5 \cdot \left(1 \frac{1}{20} + 4,1\right)}.$$

$$11. \frac{\left(1 \frac{1}{5} : \left(\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005\right)\right) \cdot 1,7}{\frac{5}{6} + 1 \frac{1}{3} - 1 \frac{23}{30}} + \frac{4,75 + 7 \frac{1}{2}}{33 : 4 \frac{5}{7}} : 0,25.$$

$$12. \frac{\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \frac{2}{3} + 1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,96}{\left(3\frac{1}{3} \cdot 0,3 + 5\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}\right) : 2\frac{2}{3} + \left(0,2 - \frac{3}{40}\right) \cdot 1,6}.$$

$$13. \frac{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{3}{16} + \left(\frac{0,216}{0,15} + 0,56\right) : 0,5}{0,625 - \frac{13}{18} : \frac{26}{9} + \left(7,7 : 24\frac{3}{4} + \frac{2}{15}\right) \cdot 4,5}.$$

$$14. \frac{0,128 : 3,2 + 0,86 \cdot \left(1\frac{32}{63} - \frac{13}{21}\right) \cdot 3,6}{\frac{5}{6} \cdot 1,2 + 0,8 \quad 0,505 \cdot \frac{2}{5} - 0,002}.$$

$$15. \frac{3\frac{1}{3} : 10 + 0,175 : 0,35 \quad \left(\frac{11}{18} - \frac{1}{15}\right) : 1,4}{1,75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56} \quad \left(0,5 - \frac{1}{9}\right) \cdot 3}.$$

$$16. \frac{0,125 : 0,25 + 1\frac{9}{16} : 2,5}{(10 - 22 : 2,3) \cdot 0,46 + 1,6} + \left(\frac{17}{20} + 1,9\right) \cdot 0,5.$$

$$17. \frac{0,5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + 0,125 \quad (3,75 - 0,625) \cdot \frac{48}{125}}{\frac{1}{3} + 0,4 + \frac{14}{15}} + \frac{12,8 \cdot 0,25}{12,8 \cdot 0,25}.$$

$$18. \left(26\frac{2}{3} : 6,4\right) \cdot \left(19,2 : 3\frac{5}{9}\right) - \frac{8\frac{4}{7} : 2\frac{26}{77}}{0,5 : 18\frac{2}{3} \cdot 11} - \frac{1}{18}.$$

$$19. \frac{0,725 + 0,6 + \frac{7}{40} + \frac{11}{20}}{0,128 \cdot 6\frac{1}{4} - 0,0345 : \frac{3}{25}} \cdot 0,25.$$

$$20. \frac{3,4 - 1,275 \cdot \frac{16}{17} + 0,5 \cdot \left(2 + \frac{12,5}{5,75 + \frac{1}{2}}\right)}{\frac{5}{18} \cdot \left(1\frac{7}{85} + 6\frac{2}{17}\right)}.$$

$$21. \frac{\left(0,3275 - \left(2\frac{15}{88} + \frac{4}{33}\right) : 12\frac{2}{9}\right) : 0,07}{(13 - 0,416) : 6,05 + 1,92}.$$

$$22. \left(\frac{3,75 + 2\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2} - 1,875} - \frac{2\frac{3}{4} + 1,5}{2,75 - 1\frac{1}{2}}\right) \cdot \frac{10}{11}.$$

$$23. \frac{((7 - 6,35) : 6,5 + 9,9) \cdot \frac{1}{12,8}}{\left(1,2 : 36 + 1\frac{1}{5} : 0,25 - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{4}} : 0,125.$$

$$24. \frac{\left(2\frac{38}{45} - \frac{1}{15}\right) : 13\frac{8}{9} + 3\frac{3}{65} \cdot \frac{26}{99}}{\left(18\frac{1}{2} - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{1}{85}} \cdot 0,5.$$

$$25. 5\frac{4}{7} : \left(8,4 \cdot \frac{6}{7} \cdot \left(6 - \frac{2,3 + 5 : 6,25 \cdot 7}{8 \cdot 0,0125 + 6,9}\right) - 20,384 : 1,3\right).$$

## Тема 2. Корни и степени

**Задание 2.** Вычислите значение выражения.

1.  $\sqrt[4]{40 \cdot 250} + \sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{18}$ .
2.  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} : \sqrt{15} - 1 + \sqrt[3]{0,064 \cdot 216}$ .
3.  $\frac{\sqrt[3]{90} \cdot \sqrt[3]{240}}{\sqrt[3]{800}} + \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{0,2} - 1$ .
4.  $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{10} + \sqrt[4]{10^3} \cdot \sqrt[4]{0,001} \cdot \sqrt[4]{16}$ .
5.  $\sqrt[3]{(-5)^2} \cdot \sqrt[3]{-5} + \frac{\sqrt[3]{297} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt[3]{88}}$ .
6.  $\sqrt[3]{135} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{16} + \sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{72}$ .
7.  $\sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt{18} + \sqrt[3]{-0,001}$ .
8.  $\sqrt{(-5)^2 \cdot 3^4} + \sqrt[3]{-81} \cdot \sqrt[3]{-9} + \sqrt{121}$ .
9.  $\sqrt[3]{-0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04}$ .
10.  $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt{121} + \sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{162}$ .
11.  $\frac{\sqrt[3]{297} \cdot \sqrt{4}}{\sqrt[3]{88}} + \sqrt[3]{3^6} \cdot (-5)^3$ .
12.  $\frac{\sqrt[3]{900} \cdot \sqrt[3]{300}}{\sqrt[3]{80}}$ .

13.  $\frac{\sqrt[4]{\frac{12}{5}} \cdot \sqrt[4]{108}}{\sqrt[4]{125}} + \sqrt[3]{0,064 \cdot 0,216}$ .
14.  $\frac{7\sqrt{50}}{\sqrt{0,98}} - 3 \cdot \sqrt[3]{-0,2} \cdot \sqrt[3]{-0,04}$ .
15.  $\sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{18}$ .
16.  $2\sqrt{3} + 5\sqrt{75} - 3\sqrt{108} - 4\sqrt{27}$ .
17.  $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt{121} + \sqrt[3]{0,0002} \cdot \sqrt[3]{0,04}$ .
18.  $\sqrt[3]{0,064 \cdot 216} + \frac{\sqrt[3]{90} \cdot \sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{80}}$ .
19.  $-\sqrt[3]{0,04} \cdot \sqrt[3]{-0,2} + \sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt{72}$ .
20.  $\sqrt[3]{(-5)^2} \cdot \sqrt[3]{-5} + \sqrt[3]{-0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04}$ .
21.  $\sqrt[4]{10^3} \cdot \sqrt[4]{0,001} \cdot \sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{-81} \cdot \sqrt[3]{-9} + \sqrt{0,01}$ .
22.  $\sqrt[3]{3^6} \cdot (-4)^3 + \sqrt[3]{-0,64 \cdot 21,6}$ .
23.  $\sqrt[4]{128} \cdot \sqrt[3]{-125} \cdot \sqrt{72} + \sqrt[3]{-0,2} \cdot \sqrt[3]{0,04}$ .
24. Упростите выражение:  $\sqrt{32} + 3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{54} - \sqrt{18}$ .
25. Упростите выражение:  $\sqrt[3]{9 + \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{9 - \sqrt{17}}$ .

**Задание 3.** Представьте степень с дробным показателем в виде корня.

1.  $2^{\frac{3}{7}}$
2.  $12^{-\frac{3}{7}}$
3.  $15^{0,4}$
4.  $6^{-3,5}$
5.  $1,3^{-2,4}$
6.  $3^{\frac{4}{5}}$
7.  $5^{0,8}$
8.  $11^{-\frac{3}{4}}$
9.  $2,5^{-3,8}$
10.  $7^{\frac{5}{6}}$
11.  $2^{-0,6}$
12.  $3^{\frac{2}{7}}$
13.  $5,3^{4,2}$
14.  $6^{-\frac{3}{8}}$
15.  $5^{4,5}$
16.  $7^{-\frac{6}{5}}$
17.  $13^{\frac{6}{7}}$
18.  $2,1^{5,2}$
19.  $3^{0,12}$
20.  $2^{-5,6}$
21.  $3^{-\frac{4}{7}}$
22.  $7^{\frac{4}{9}}$
23.  $10^{0,6}$
24.  $4^{-7,5}$
25.  $3^{2,5}$

**Задание 4.** Замените корень степенью с дробным показателем.

1.  $\sqrt[5]{9^2}$
2.  $\sqrt[4]{7,1^3}$
3.  $\sqrt[5]{9,5^4}$
4.  $\sqrt[7]{4,2^{-2}}$
5.  $\sqrt{5^{-3}}$
6.  $\sqrt[3]{2,1^5}$
7.  $\sqrt[5]{3^8}$
8.  $\sqrt[6]{3,4^{-5}}$
9.  $\sqrt[3]{4^{-7}}$
10.  $\sqrt{8^{-5}}$
11.  $\sqrt[3]{4,8^7}$
12.  $\sqrt[8]{2^{-11}}$
13.  $\sqrt[7]{2^3}$
14.  $\sqrt[5]{5,1^{-6}}$
15.  $\sqrt[4]{5^{-10}}$
16.  $\sqrt{7^9}$
17.  $\sqrt[3]{6,3^4}$
18.  $\sqrt{5,2^{-5}}$
19.  $\sqrt[5]{2^4}$
20.  $\sqrt[3]{8^{-2}}$
21.  $\sqrt[4]{5^{-6}}$
22.  $\sqrt[5]{13^{-2}}$
23.  $\sqrt[4]{11^7}$
24.  $\sqrt{6,1^3}$
25.  $\sqrt{15^9}$

**Задание 5.** Упростите выражение.

1.  $\frac{y^{3,5} \cdot y^{-2,7}}{y^{2,9} \cdot y^{-3,1}}$
2.  $y^{0,7 \cdot 0,5} \cdot y^{0,15}$
3.  $\frac{y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{2}{3}}}{y^{-0,5}}$

4.  $y^{0,4 \cdot 0,6} \cdot y^{0,26}$
5.  $y^{0,5 \cdot 0,8} \cdot y^{0,1}$
6.  $\left(y^{\frac{5}{7}}\right)^{1,4} \cdot \left(y^{-\frac{3}{8}}\right)^{2,4}$
7.  $\frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{12}}}$
8.  $\frac{x^{0,4 \cdot -0,8}}{x^{0,68}}$
9.  $\frac{x^{4,8} \cdot x^{-5,2}}{x^{-3,4} \cdot x^2}$
10.  $\frac{x^{3,5} \cdot x^{-2,7}}{x^{0,2} \cdot x^{1,6}}$
11.  $\frac{(x^7)^{0,7}}{x^{-0,4}}$
12.  $(x^{3,4})^{0,2} \cdot x^{0,4 \cdot 0,8}$
13.  $\frac{(x^6)^{\frac{5}{2}}}{x^{0,25}}$
14.  $\frac{(y^{0,1})^{0,3}}{(y^{0,05})^{-3,4}}$
15.  $(x^{1,2})^{0,5} \cdot x^{0,3 \cdot -2}$
16.  $\frac{(y^{0,7})^6}{(y^{2,1})^{-2}}$
17.  $\frac{(x^{3,2})^{\frac{1}{4}}}{(x^{-6})^{\frac{2}{15}}}$
18.  $\frac{(x^{4,8})^{\frac{1}{6}}}{(x^{\frac{1}{15}})^{12}}$
19.  $\frac{(x^{\frac{9}{20}})^2}{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{5}}}$
20.  $(x^{\frac{1}{9}})^{1,8} \cdot x^{0,2}$
21.  $\left(y^{\frac{1}{7}}\right)^{1,4} \cdot y^{0,2}$
22.  $\frac{x^{-0,47} \cdot x^{-0,53}}{(x^2)^{-4}}$
23.  $\frac{x^{0,35} \cdot x^{-0,15}}{x^{0,1} \cdot x^{-4,1}}$
24.  $\frac{(y^{0,3})^{2,1}}{(y^9)^{0,07}}$
25.  $(y^{0,6})^{0,4} \cdot (y^{0,38})^2$

**Задание 6.** Вычислите значение выражения.

$$1. 0,5^{-0,5} \cdot 0,5^{-1,25}.$$

$$2. \frac{81^{0,4} \cdot 3^{0,5}}{9^{0,3} \cdot 27^{\frac{1}{6}}}.$$

$$3. \left(3^{-\frac{1}{9}}\right)^{1,8} \cdot 9^{0,1}.$$

$$4. (5^{0,6})^{-0,6} \cdot (0,2)^{-2,36}.$$

$$5. 16^{0,125} \cdot 8^{\frac{5}{6}} \cdot 4^{2,5}.$$

$$6. (2^{\frac{1}{7}})^{1,4} \cdot 4^{0,1}.$$

$$7. 81^{0,25} \cdot 27^{\frac{1}{6}} \cdot 9^{0,75}.$$

$$8. \frac{32^{0,42} \cdot 4^{0,6}}{16^{0,3} \cdot 2^{0,1}}.$$

$$9. \frac{81^{\frac{3}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{4}} \cdot 5}{2 \cdot 3^3 \cdot 25^{0,5}}.$$

$$10. 27^{\frac{1}{3}} + 5 \cdot 8^{\frac{1}{3}}.$$

$$11. \frac{32^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}}{4 \cdot 27^{\frac{1}{3}}}.$$

$$12. \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}}{4 \cdot 9^{0,5}}.$$

$$13. 16^{\frac{1}{2}} + 5 \cdot 27^{\frac{1}{3}}.$$

$$14. 9^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot 125^{\frac{1}{3}}.$$

$$15. 8^{\frac{1}{3}} - 3 \cdot 64^{\frac{1}{3}}.$$

$$16. \frac{32^{0,2} \cdot 9^{0,5}}{8^{\frac{1}{3}}}.$$

$$17. \frac{27^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}}{36^{0,5}}.$$

$$18. \frac{100^{0,5}}{25^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}}.$$

$$19. \frac{81^{0,25} \cdot 64^{\frac{1}{6}}}{125^{\frac{1}{3}}}.$$

$$20. \frac{49^{0,5} - 4^{\frac{1}{2}}}{625^{0,25}}.$$

$$21. \frac{16^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-0,5}}{8^{\frac{1}{3}}}.$$

$$22. 32^{\frac{1}{5}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{0,5}.$$

$$23. \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}}{3^0 + 25^{0,5}}.$$

$$24. \frac{27^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{4}}}{216^{\frac{1}{3}}}.$$

$$25. \frac{32^{0,2} \cdot 9^{0,5}}{81^{0,25} \cdot 243^{0,2}}.$$

### Тема 3. Логарифмы

**Задание 7.** Вычислите.

$$1. \text{ а) } \log_3 \frac{1}{9}; \quad \text{ б) } 2^{\log_2 7}.$$

$$2. \text{ а) } \log_2 \frac{1}{16}; \quad \text{ б) } 3^{\log_3 4}.$$

$$3. \text{ а) } \log_3 1; \quad \text{ б) } 5^{\log_5 6}.$$

$$4. \text{ а) } \log_4 \frac{1}{4}; \quad \text{ б) } 2^{\log_2 5}.$$

$$5. \text{ а) } \log_5 \frac{1}{25}; \quad \text{ б) } 4^{\log_4 3}.$$

$$6. \text{ а) } \log_{\frac{1}{2}} 4; \quad \text{ б) } \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_1 2}.$$

7. a)  $\log_{\frac{1}{3}} 27$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 3}$ .  
 8. a)  $\log_{\frac{1}{4}} 16$ ; б)  $10^{\lg 2}$ .  
 9. a)  $\log_2 \frac{1}{2}$ ; б)  $e^{\ln 3}$ .  
 10. a)  $\log_3 81$ ; б)  $7^{\log_7 4}$ .  
 11. a)  $\log_2 \frac{1}{8}$ ; б)  $6^{\log_6 5}$ .  
 12. a)  $\log_{\frac{1}{3}} 3$ ; б)  $4^{\log_4 8}$ .  
 13. a)  $\log_5 1$ ; б)  $3^{\log_3 2}$ .  
 14. a)  $\log_4 64$ ; б)  $2^{\log_2 9}$ .  
 15. a)  $\log_3 \frac{1}{81}$ ; б)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 4}$ .  
 16. a)  $\log_9 3$ ; б)  $3^{\log_3 6}$ .  
 17. a)  $\log_4 2$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 5}$ .  
 18. a)  $\log_{\frac{1}{5}} 25$ ; б)  $2^{\log_2 1}$ .  
 19. a)  $\log_2 \frac{1}{4}$ ; б)  $1,5^{\log_{1,5} 3}$ .  
 20. a)  $\log_3 \frac{1}{27}$ ; б)  $1,2^{\log_{1,2} 5}$ .  
 21. a)  $\log_2 \frac{1}{32}$ ; б)  $0,3^{\log_{0,3} 4}$ .  
 22. a)  $\log_5 \frac{1}{125}$ ; б)  $7^{\log_7 3}$ .  
 23. a)  $\log_3 \sqrt{3}$ ; б)  $4^{\log_4 5}$ .  
 24. a)  $\log_{\frac{1}{2}} 32$ ; б)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{5}} 10}$ .  
 25. a)  $\log_5 \sqrt{5}$ ; б)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{\log_{\frac{1}{6}} 7}$ .

**Задание 8.** Вычислите.

1. a)  $4 \log_2 \log_3 81$ ; б)  $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$ ; в)  $\lg 8 + \lg 125$ .  
 2. a)  $3 \log_2 \log_4 16$ ; б)  $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$ ; в)  $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$ .  
 3. a)  $\frac{1}{3} \log_9 \log_2 8$ ; б)  $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$ ; в)  $\lg 5 + \lg 2$ .

4. a)  $\frac{1}{6} \log_3 \log_2 8$ ; б)  $\log_5 75 - \log_5 3$ ; в)  $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$ .  
 5. a)  $2 \log_4 \log_3 9$ ; б)  $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{8}$ ; в)  $\frac{\log_7 8}{\log_7 0,5}$ .  
 6. a)  $3 \log_7 \log_5 5$ ; б)  $\log_3 4 - \log_3 \frac{4}{27}$ ; в)  $\log_6 2 + \log_6 3$ .  
 7. a)  $4 \log_3 \log_6 216$ ; б)  $\log_{\frac{1}{4}} 48 - \log_{\frac{1}{4}} 3$ ; в)  $\log_2 6 + \log_2 \frac{4}{3}$ .  
 8. a)  $5 \log_2 \log_2 256$ ; б)  $\log_{\frac{1}{3}} 21 - \log_{\frac{1}{3}} 7$ ; в)  $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$ .  
 9. a)  $2 \log_{\frac{1}{4}} \log_3 81$ ; б)  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{3}{7} - \log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{15}$ ; в)  $\log_3 \frac{4}{7} + \log_3 \frac{567}{4}$ .  
 10. a)  $3 \log_4 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$ ; б)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5} - \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{40}$ ; в)  $\log_2 6 + \log_2 \frac{16}{3}$ .  
 11. a)  $6 \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ ; б)  $\lg 50 - \lg 5$ ; в)  $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$ .  
 12. a)  $3 \log_{\frac{1}{2}} \log_4 2$ ; б)  $\log_7 63 - \log_7 9$ ; в)  $\lg 25 + \lg 4$ .  
 13. a)  $4 \log_{\frac{1}{3}} \log_2 8$ ; б)  $\lg 3 - \lg 30$ ; в)  $\log_{\frac{1}{13}} 7 + \log_{\frac{1}{13}} \frac{169}{7}$ .  
 14. a)  $\log_3 \log_6 216$ ; б)  $\log_{\frac{1}{5}} 60 - \log_{\frac{1}{5}} 12$ ; в)  $\frac{\log_2 3}{\log_2 9}$ .  
 15. a)  $5 \log_{\frac{1}{2}} \log_7 49$ ; б)  $\log_5 11 - \log_5 55$ ; в)  $2 \log_{\frac{1}{3}} 2 + \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{4}$ .

16. а)  $\frac{1}{2} \log_9 \log_3 27$ ; б)  $\log_{\frac{1}{6}} 12 - \log_{\frac{1}{6}} 2$ ; в)  $\log_{12} 4 + 2 \log_{12} 6$ .

17. а)  $3 \log_8 \log_{\frac{1}{5}} 25$ ; б)  $\lg 0,4 - \lg 40$ ; в)  $\log_6 4 + \log_6 9$ .

18. а)  $\log_2 \log_5 \sqrt[8]{5}$ ; б)  $2^{2 - \log_2 5}$ ; в)  $\log_{\frac{1}{4}} \frac{3}{8} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{4}{3}$ .

19. а)  $\log_{\sqrt{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25}$ ; б)  $\log_{\frac{1}{2}} 20 - \log_{\frac{1}{2}} 5$ ; в)  $10^{\lg^3 + \lg 5}$ .

20. а)  $7 \log_2 \log_{\frac{1}{2}} 16$ ; б)  $5^{1 - \log_5 3}$ ; в)  $\log_{12} 3 + 2 \log_{12} 2$ .

21. а)  $\log_{\sqrt{2}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ ; б)  $\log_2 24 - \log_2 3$ ; в)  $3^{1 + \log_3 2}$ .

22. а)  $5 \log_{\frac{1}{4}} \log_3 81$ ; б)  $3^{4 - \log_3 5}$ ; в)  $\log_{\frac{1}{2}} 6 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{16}{3}$ .

23. а)  $\log_{\sqrt{5}} \log_2 32$ ; б)  $\log_2 5 - \log_2 \frac{5}{4}$ ; в)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2}{5} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{45}{2}$ .

24. а)  $\log_2 \log_6 \sqrt[4]{6}$ ; б)  $\log_{\frac{1}{2}} 7 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{7}{8}$ ; в)  $e^{\ln 2 + \ln 3}$ .

25. а)  $\log_{\sqrt{7}} \log_2 128$ ; б)  $\log_{\frac{1}{7}} \frac{3}{4} + \log_{\frac{1}{7}} \frac{28}{3}$ ; в)  $10^{\lg 3 - \lg 2}$ .

#### Тема 4. Преобразование алгебраических выражений

Задание 9. Найдите значение выражения.

1.  $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$ .

2.  $\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}$ .

3.  $1 - \sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3} - 5$ .

4.  $1 + \sqrt{5}^2 - 2\sqrt{5} - 3$

5.  $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$ .

6.  $\frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}$ .

7.  $3\sqrt{5} - 2 \quad 3\sqrt{5} - 1 \quad + 9\sqrt{5}$ .

8.  $\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}^2$ .

9.  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ .

10.  $\frac{3 \log_7 2 - \log_7 24}{\log_7 3 + \log_7 9}$ .

11.  $\sqrt{8} - \sqrt{32} - \sqrt{2} - \sqrt{18}$ .

12.  $\sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}^2$ .

13.  $\frac{3}{7} (\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{2 \cdot \log_5 7}$ .

14.  $\frac{\lg 2 + 3 \lg 0,25}{\lg 14 - \lg 7}$ .

15.  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7 - \sqrt{22}}$ .

16.  $\sqrt{6 - \sqrt{11}} + \sqrt{6 + \sqrt{11}}^2$ .

$$17. \frac{9 \cdot 3^{-2} + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{3^0 + 0,5^0 \cdot \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$19. \left(\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\right)\sqrt{6}$$

$$21. \frac{\frac{1}{2}\log_3 9 + \sqrt{(-4)^2}}{2^0 \cdot 2^2 - 8 + 81^{\frac{1}{2}}}$$

$$23. \frac{3^4 \cdot 3^{-3} + 9^{\frac{1}{2}} - \sqrt{36}}{15 + 4^{-1} \cdot \sqrt{4}}$$

$$25. \sqrt{5(\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{0,5} \lg 5}$$

### Тема 5. Основы тригонометрии

**Задание 10.** Выразите в радианной мере угол.

- |               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1. $135^0$ .  | 2. $100^0$ .  | 3. $600^0$ .  | 4. $27^0$ .   | 5. $125^0$ .  |
| 6. $210^0$ .  | 7. $315^0$ .  | 8. $75^0$ .   | 9. $72^0$ .   | 10. $415^0$ . |
| 11. $320^0$ . | 12. $95^0$ .  | 13. $340^0$ . | 14. $65^0$ .  | 15. $35^0$ .  |
| 16. $110^0$ . | 17. $260^0$ . | 18. $215^0$ . | 19. $50^0$ .  | 20. $142^0$ . |
| 21. $310^0$ . | 22. $520^0$ . | 23. $435^0$ . | 24. $290^0$ . | 25. $85^0$ .  |

**Задание 11.** Выразите в градусной мере угол.

- |                        |                         |                         |                         |                         |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. $\frac{7\pi}{2}$ .  | 2. $\frac{11\pi}{4}$ .  | 3. $\frac{5\pi}{9}$ .   | 4. $\frac{13\pi}{6}$ .  | 5. $\frac{7\pi}{8}$ .   |
| 6. $\frac{3\pi}{7}$ .  | 7. $\frac{4\pi}{3}$ .   | 8. $\frac{11\pi}{6}$ .  | 9. $\frac{6\pi}{7}$ .   | 10. $\frac{3\pi}{10}$ . |
| 11. $\frac{5\pi}{4}$ . | 12. $\frac{6\pi}{13}$ . | 13. $\frac{8\pi}{9}$ .  | 14. $\frac{7\pi}{15}$ . | 15. $\frac{7\pi}{5}$ .  |
| 16. $\frac{5\pi}{8}$ . | 17. $\frac{9\pi}{2}$ .  | 18. $\frac{5\pi}{3}$ .  | 19. $\frac{7\pi}{4}$ .  | 20. $\frac{8\pi}{5}$ .  |
| 21. $\frac{7\pi}{3}$ . | 22. $\frac{3\pi}{8}$ .  | 23. $\frac{13\pi}{4}$ . | 24. $\frac{13\pi}{5}$ . | 25. $\frac{17\pi}{6}$ . |

**Задание 12.** Найдите значение выражения.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\sin^2 45^0 + \cos 90^0 - \operatorname{tg} 0^0$ .                              | 2. $4 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{3}$ . |
| 3. $\cos 60^0 - \sin 90^0 + \operatorname{ctg} 45^0$ .                              | 4. $\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi}{6}$ .  |
| 5. $2 \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$ . | 6. $3 \operatorname{tg} 45^0 + \sin^2 60^0 - \cos^2 30^0$ .                            |
| 7. $2 \sin \frac{\pi}{6} + 3 \cos \pi - \operatorname{tg} 0$ .                      | 8. $5 \sin^2 60^0 + \cos 60^0 - 2 \operatorname{tg} 45^0$ .                            |
| 9. $2 \operatorname{ctg} 45^0 + 5 \sin 30^0 - 6 \cos 60^0$ .                        | 10. $2 \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$ .   |
| 11. $\operatorname{tg} 45^0 + 3 \sin^2 60^0 - 5 \cos^2 30^0$ .                      | 12. $4 \sin \frac{\pi}{3} + \cos \pi - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ .              |

13.  $tg 60^0 + \sin^2 45^0 - 4 \cos^2 30^0$ .    14.  $2 \sin^2 \frac{\pi}{3} - \cos^2 \frac{\pi}{4} + ctg \frac{\pi}{6}$ .
15.  $tg^2 30^0 + 2 \sin^2 45^0 - \cos 60^0$ .    16.  $6 \sin \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{6} - 3tg \frac{\pi}{6}$ .
17.  $tg 45^0 + 3 \sin^2 30^0 - 4 \cos 90^0$ .    18.  $3 \sin \frac{\pi}{2} + \cos^2 \frac{\pi}{4} + 9tg \frac{\pi}{6}$ .
19.  $2tg 0^0 + 4 \sin 30^0 + \cos 180^0$ .    20.  $3 \sin \pi + \cos^2 \frac{\pi}{2} + ctg^2 \frac{\pi}{3}$ .
21.  $2 \cos^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{3} + ctg \frac{\pi}{2}$ .    22.  $ctg 45^0 + \sin^2 60^0 - \cos 90^0$ .
23.  $2tg^2 \frac{\pi}{3} - \sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{6}$ .    24.  $\sin 45^0 + 3tg^2 30^0 + 2 \cos 90^0$ .
25.  $2tg 45^0 - \sin^2 60^0 + \cos 270^0$ .

**Задание 13.** Вычислите.

1.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
2.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
3.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
4.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
5.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
6.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

7.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
8.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
9.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
10.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
11.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
12.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
13.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
14.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
15.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .
16.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
17.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
18.  $\sin \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .
19.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
20.  $\cos \alpha, tg \alpha, ctg \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

21.  $\cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

22.  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ .

23.  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

24.  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

25.  $\sin \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

**Задание 14.** Вычислите, используя формулы приведения.

1.  $\sin 405^\circ - \cos 315^\circ$ .

2.  $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{4} + \cos \frac{9\pi}{4}$ .

3.  $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{3} - \cos \frac{5\pi}{6}$ .

4.  $\cos 690^\circ - \sin 780^\circ$ .

5.  $\cos \frac{5\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}$ .

6.  $\sin 240^\circ - \cos 300^\circ$ .

7.  $\sin \frac{7\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4}$ .

8.  $\operatorname{tg} 120^\circ - \sin 150^\circ$ .

9.  $\operatorname{ctg} 150^\circ - \cos 120^\circ$ .

10.  $\sin \frac{19\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4}$ .

11.  $\sin \frac{11\pi}{6} + \cos \frac{5\pi}{3}$ .

12.  $\sin 135^\circ - \cos 405^\circ$ .

13.  $\sin \frac{7\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4}$ .

14.  $\operatorname{ctg} 120^\circ - \cos 150^\circ$ .

15.  $\sin \frac{9\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4}$ .

16.  $\sin 330^\circ - \cos 210^\circ$ .

17.  $\cos 135^\circ - \sin 120^\circ$ .

18.  $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} + \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$ .

19.  $\cos \frac{3\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$ .

20.  $\sin 225^\circ - \cos 420^\circ$ .

21.  $\operatorname{ctg} 240^\circ - \sin 120^\circ$ .

22.  $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{6}$ .

23.  $\sin \frac{7\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}$ .

24.  $\operatorname{tg} 225^\circ - \sin 420^\circ$ .

25.  $\cos 120^\circ - \operatorname{ctg} 150^\circ$ .

**Задание 15.** Упростите выражение.

1.  $1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$ .

2.  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ .

3.  $\frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha}$ .

4.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin \pi - \alpha$ .

5.  $\sin \alpha + \beta - \sin \beta \cos \alpha$ .

6.  $\cos 2\alpha + 2\sin^2 \alpha$ .

7.  $1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$ .

8.  $\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$ .

9.  $\frac{\cos 5\alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \sin 5\alpha}$ .

10.  $\sin 2\pi + \alpha - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$ .

11.  $\cos \alpha - \beta - \cos \alpha \cos \beta$ .

12.  $\sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$ .

13.  $(1 - \sin \alpha) \cdot (1 + \sin \alpha)$ .

15.  $\frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha}$ .

17.  $\sin \alpha - \beta + \sin \beta \cos \alpha$ .

19.  $(1 - \cos \alpha) \cdot (1 + \cos \alpha)$ .

21.  $\frac{\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}$ .

23.  $\cos \alpha + \beta + \sin \alpha \sin \beta$ .

25.  $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{4 \sin \alpha \cos \alpha}$ .

14.  $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$ .

16.  $\cos \pi + \alpha + \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right)$ .

18.  $2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$ .

20.  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$ .

22.  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) + \operatorname{ctg} \pi - \alpha$ .

24.  $\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\sin 2\alpha}$ .

**Задание 16.** Точку  $P(1; 0)$  единичной окружности повернули на угол  $\alpha$ . Определите ее новые координаты, если известен угол  $\alpha$ .

1.  $\frac{\pi}{3}$ .      2.  $-\frac{\pi}{6}$ .      3.  $\frac{3\pi}{4}$ .      4.  $\frac{5\pi}{6}$ ;      5.  $-\frac{2\pi}{3}$ .

6.  $\frac{5\pi}{4}$ .      7.  $-\frac{3\pi}{4}$ .      8.  $\frac{9\pi}{4}$ .      9.  $\frac{\pi}{4}$ .      10.  $-\frac{\pi}{3}$ .

11.  $\frac{\pi}{6}$ .      12.  $-\frac{\pi}{4}$ .      13.  $\frac{2\pi}{3}$ .      14.  $-\frac{5\pi}{6}$ .      15.  $\frac{4\pi}{3}$ .

16.  $\frac{5\pi}{3}$ .      17.  $\frac{11\pi}{6}$ .      18.  $-\frac{5\pi}{4}$ .      19.  $-\frac{4\pi}{3}$ .      20.  $\frac{7\pi}{4}$ .

21.  $\frac{7\pi}{6}$ .      22.  $-\frac{7\pi}{4}$ .      23.  $-\frac{5\pi}{3}$ .      24.  $\frac{13\pi}{6}$ .      25.  $-\frac{9\pi}{4}$ .

### Тема 6. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа

**Задание 17.** Вычислите.

1.  $12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \arccos \left( -\frac{1}{2} \right)$ .      2.  $\arcsin 1 - \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right)$ .

3.  $3 \operatorname{arctg} \left( -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + 2 \arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ .      4.  $2 \arccos 0 + 3 \arccos 1$ .

5.  $4 \arccos \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      6.  $\operatorname{arctg} 1 + \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right)$ .

7.  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ .      8.  $\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

9.  $\operatorname{arctg} (-\sqrt{3}) - 5 \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$ .      10.  $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

11.  $\arccos \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \arcsin \frac{1}{2}$ .      12.  $2 \operatorname{arctg} 1 + 3 \arcsin \frac{1}{2}$ .

13.  $6 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 4 \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}}$ .      14.  $3 \arccos (-1) - 2 \arccos 0$ .

15.  $2 \operatorname{arctg} 1 + 5 \arcsin \left( -\frac{1}{2} \right)$ .      16.  $3 \arcsin (-1) - 4 \operatorname{arctg} 0$ .

17.  $5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - 3 \arccos \frac{1}{2}$ .

18.  $3 \operatorname{arctg} 1 + 2 \arccos \left( -\frac{1}{2} \right)$ .

19.  $\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

20.  $\arcsin \frac{1}{2} - 6 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

21.  $3 \arccos 0 + 4 \arcsin(-1)$ .

22.  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arccos \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ .

23.  $2 \operatorname{arctg} 1 + 3 \arcsin \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ .

24.  $2 \operatorname{arctg}(-1) - 7 \arccos 0$ .

25.  $5 \arccos(-1) - 3 \arcsin 0$ .

### Тема 7. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства

Задание 18. Решите уравнение.

1.  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

2.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

3.  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

4.  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

5.  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

6.  $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$ .

7.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

8.  $\sin x = -\frac{1}{2}$ .

9.  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ .

10.  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

11.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

12.  $\operatorname{ctg} x = -1$ .

13.  $\sin x = \frac{1}{2}$ .

14.  $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$ .

15.  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ .

16.  $\cos x = -\frac{1}{2}$ .

17.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

18.  $\operatorname{tg} x = 1$ .

19.  $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

20.  $\cos x = -1$ .

21.  $\operatorname{ctg} x = 1$ .

22.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

23.  $\operatorname{tg} x = -1$ .

24.  $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

25.  $\operatorname{ctg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

### Тема 8. Функции и их свойства

Задание 19. Найдите нули функции.

1.  $y = 3x^2 + 10x - 8$ .

2.  $y = 2x^2 + 5x - 3$ .

3.  $y = x^2 - 10x + 24$ .

4.  $y = 4x^2 + 3x - 1$ .

5.  $y = 3x^2 + 5x - 2$ .

6.  $y = 6x^2 - x - 1$ .

7.  $y = 2x^2 - 5x - 3$ .

8.  $y = 4x^2 + 7x - 2$ .

9.  $y = 3x^2 - 2x - 1$ .

10.  $y = 5x^2 + 14x - 3$ .

11.  $y = 3x^2 - 11x - 4$ .

12.  $y = 4x^2 - 3x - 1$ .

13.  $y = 2x^2 + 9x - 5$ .

14.  $y = 2x^2 + 3x + 1$ .

15.  $y = 3x^2 - 7x - 6$ .

16.  $y = 4x^2 + 19x - 5$ .

17.  $y = 5x^2 - 13x - 6$ .

18.  $y = 2x^2 - 9x + 10$ .

19.  $y = 6x^2 + 11x - 2$ .

20.  $y = 7x^2 + 6x - 1$ .

21.  $y = 3x^2 - 5x - 8.$

23.  $y = 4x^2 - 11x + 6.$

25.  $y = 2x^2 - 5x - 7.$

22.  $y = 5x^2 + 7x - 6.$

24.  $y = 3x^2 - 8x + 5.$

**Задание 20.** Найдите область определения функции.

1.  $y = \frac{3x-1}{2x^2-9x+10}.$

3.  $y = \frac{4x-1}{5x^2-13x-6}.$

5.  $y = \frac{2x+3}{6x^2+11x-2}.$

7.  $y = \frac{x+3}{\sqrt{25-x^2}}.$

9.  $y = \sqrt{3x-x^2}.$

11.  $y = \frac{2x-1}{5x^2+14x-3}.$

13.  $y = \sqrt{18x^2-3x}.$

15.  $y = \frac{7x+2}{6x^2-x-1}.$

17.  $y = \frac{3x-2}{\sqrt{x^2+5x}}.$

2.  $y = \sqrt{4x+12x^2}.$

4.  $y = \frac{x-4}{\sqrt{2x^2+3x+1}}.$

6.  $y = \sqrt{x^2-4x}.$

8.  $y = \frac{\sqrt{x^2-8x}}{x+7}.$

10.  $y = \frac{4x-3}{3x^2-8x+5}.$

12.  $y = \frac{5x-1}{\sqrt{x^2-4x}}.$

14.  $y = \frac{6x+5}{3x^2-7x-6}.$

16.  $y = \frac{\sqrt{2x^2-5x-3}}{x-4}.$

18.  $y = \frac{6x+2}{3x^2+5x-2}.$

19.  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}.$

21.  $y = \frac{x-3}{\sqrt{2x+x^2}}.$

23.  $y = \frac{\sqrt{x-1}}{4x^2-11x+6}.$

25.  $y = \frac{\sqrt{x-2}}{2x^2-x-15}.$

20.  $y = \frac{7x+1}{\sqrt{3x-x^2}}.$

22.  $y = \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x-5}.$

24.  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{3x^2-x-4}.$

**Задание 21.** Исследуйте функцию на четность, нечетность.

1.  $f(x) = 2x^2 - x + 5.$

3.  $f(x) = 2x^4 + 5x^9.$

5.  $f(x) = 7x^6 + 3x^{10}.$

7.  $f(x) = 2x^3 - 5x + 1.$

9.  $f(x) = 7x^8 - 4x^2.$

11.  $f(x) = x \cdot (x^2 - 4).$

13.  $f(x) = 13x^8 - 2x^4 + 5.$

15.  $f(x) = 1 - x^2 + 2x^3.$

17.  $f(x) = (x^2 + 5) \cdot (3x - 1).$

19.  $f(x) = (x^3 - 2) \cdot (x^2 + 1).$

2.  $f(x) = 4x^5 - 3x^8.$

4.  $f(x) = 3x^7 + 5x^2.$

6.  $f(x) = 5x^4 - 3x^2.$

8.  $f(x) = 3x^4 + x - 2.$

10.  $f(x) = x^3 - x.$

12.  $f(x) = 6x^5 - x^3 + 3.$

14.  $f(x) = x^2 \cdot (x - 7).$

16.  $f(x) = x^3 \cdot (x - 2)^2.$

18.  $f(x) = x \cdot (x^3 + 2).$

20.  $f(x) = x^3 \cdot (x + 4).$

21.  $f(x) = (4x-1)^2 \cdot x^3$ .

22.  $f(x) = x^5 \cdot (x^2-1)$ .

23.  $f(x) = 4x \cdot (x+1)^2$ .

24.  $f(x) = 3x \cdot (5-x)^2$ .

25.  $f(x) = (2x-3) \cdot (x+1)$ .

**Задание 22.** Постройте графики функций.

1. а)  $y = x^2 - 2x - 8$ ; б)  $y = \frac{8}{x}$ ; в)  $y = 3x + 5$ .

2. а)  $y = -x^2 + 6x - 4$ ; б)  $y = -\frac{7}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} + 1$ .

3. а)  $y = x^2 - 4x - 5$ ; б)  $y = \frac{12}{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{4}x - 9$ .

4. а)  $y = -x^2 + x + 6$ ; б)  $y = \frac{3}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 3$ .

5. а)  $y = x^2 - 8x + 13$ ; б)  $y = -\frac{5}{x}$ ; в)  $y = -5x + 2$ .

6. а)  $y = -x^2 + 4x + 3$ ; б)  $y = \frac{2}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x-2}$ .

7. а)  $y = x^2 - 6x - 7$ ; б)  $y = \frac{6}{x}$ ; в)  $y = -7x + 4$ .

8. а)  $y = x^2 - 10x + 24$ ; б)  $y = \frac{7}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} + 2$ .

9. а)  $y = x^2 - 6x + 11$ ; б)  $y = \frac{5}{x}$ ; в)  $y = -\frac{1}{3}x + 6$ .

10. а)  $y = x^2 - 6x + 5$ ; б)  $y = -\frac{4}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x-3}$ .

11. а)  $y = x^2 - 8x + 7$ ; б)  $y = -\frac{2}{x}$ ; в)  $y = -4x + 7$ .

12. а)  $y = x^2 - 4x + 3$ ; б)  $y = \frac{10}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 1$ .

13. а)  $y = x^2 - 2x - 3$ ; б)  $y = -\frac{6}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x-5}$ .

14. а)  $y = -x^2 + 4x - 4$ ; б)  $y = -\frac{3}{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{2}x - 3$ .

15. а)  $y = x^2 - 8x + 5$ ; б)  $y = \frac{4}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x+1}$ .

16. а)  $y = x^2 - 6x + 9$ ; б)  $y = \frac{9}{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{3}x - 8$ .

17. а)  $y = x^2 - 6x + 4$ ; б)  $y = -\frac{8}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} + 3$ .

18. а)  $y = x^2 - 6x + 7$ ; б)  $y = -\frac{12}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} + 5$ .

19. а)  $y = x^2 - 4x + 1$ ; б)  $y = -\frac{10}{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{3}x - 4$ .

20. а)  $y = x^2 + 2x - 5$ ; б)  $y = -\frac{9}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x+3}$ .

21. а)  $y = x^2 + 4x - 2$ ; б)  $y = \frac{15}{x}$ ; в)  $y = -2x + 1$ .

22. а)  $y = -x^2 + 4x + 5$ ; б)  $y = -\frac{11}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x+4}$ .

23. а)  $y = -x^2 + 6x + 1$ ; б)  $y = \frac{14}{x}$ ; в)  $y = 5x - 3$ .

24. а)  $y = x^2 + 2x + 1$ ; б)  $y = -\frac{15}{x}$ ; в)  $y = \sqrt{x} - 2$ .

25. а)  $y = -x^2 + 4x - 2$ ; б)  $y = \frac{16}{x}$ ; в)  $y = \frac{1}{4}x - 5$ .

### Тема 10. Показательная функция

**Задание 23.** Постройте график функции.

1.  $y = 2^{x+1} - 3.$
2.  $y = 2^{x-4} - 6.$
3.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} - 2.$
4.  $y = 2^{x-1} + 4.$
5.  $y = 3^{x-4} - 2.$
6.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} - 2.$
7.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1.$
8.  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} + 3.$
9.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} + 1.$
10.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 5.$
11.  $y = 2^{x-1} + 2.$
12.  $y = 3^{x-2} + 1.$
13.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 1.$
14.  $y = 2^{x-1} - 3.$
15.  $y = 3^{x+1} - 2.$
16.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 3.$
17.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 3.$
18.  $y = 2^{x-2} - 2.$
19.  $y = 3^{x+2} - 1.$
20.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 2.$
21.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 2.$
22.  $y = 2^{x+1} - 1.$
23.  $y = 3^{x-2} - 1.$
24.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} - 1.$
25.  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} + 1.$

### Тема 10. Логарифмическая функция

**Задание 24.** Найдите область определения функции.

1.  $y = \log_5(x^2 - 4x + 3).$
2.  $y = \log_7(4 - x^2).$
3.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 2).$
4.  $y = \log_3(x^2 - 5x + 6).$
5.  $y = \log_4 \frac{x+1}{x-3}.$
6.  $y = \log_2(2 - 5x - 3x^2).$
7.  $y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 3x).$
8.  $y = \log_{0,3} \frac{x-6}{x+2}.$
9.  $y = \ln(3 - 14x - 5x^2).$
10.  $y = \log_{0,2} \frac{2x+1}{5-x}.$
11.  $y = \log_3(5x^2 - 3x + 2).$
12.  $y = \lg(7 - x^2).$
13.  $y = \log_{0,6} \frac{2-3x}{8-x}.$
14.  $y = \log_2(4x^2 + 7x - 2).$
15.  $y = \log_6(-3x^2 - x + 10).$
16.  $y = \log_5(3x^2 - x - 4).$
17.  $y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x^2-4}{x+1}.$
18.  $y = \log_{0,2}(2x^2 + 5x - 12).$
19.  $y = \log_2(3 - 5x - 2x^2).$
20.  $y = \log_9(3x^2 + 7x - 6).$

21.  $y = \log_{0,8}(2x^2 - 5x + 3)$ .

22.  $y = \log_{0,4} \frac{x-2}{x^2-25}$ .

23.  $y = \log_3(8 + 3x - 5x^2)$ .

24.  $y = \log_6(7x^2 - 8x + 1)$ .

25.  $y = \log_{\frac{1}{7}}(-4x^2 + 11x - 6)$ .

**Задание 25.** Постройте график функции.

1.  $y = \log_2(x-1) + 2$ .

2.  $y = \log_3(x-2) + 1$ .

3.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+3) - 2$ .

4.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-3) + 2$ .

5.  $y = \log_2(x-2) + 3$ .

6.  $y = \log_3(x+1) - 2$ .

7.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1) - 2$ .

8.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-4) + 1$ .

9.  $y = \log_2(x+1) - 1$ .

10.  $y = \log_3(x-1) + 3$ .

11.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+2) - 1$ .

12.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-2) + 1$ .

13.  $y = \log_2(x+2) - 1$ .

14.  $y = \log_3(x+2) - 1$ .

15.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 3$ .

16.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+2) - 3$ .

17.  $y = \log_2(x-3) + 1$ .

18.  $y = \log_3(x-3) + 1$ .

19.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - 4$ .

20.  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + 1$ .

21.  $y = \log_2(x+3) - 2$ .

22.  $y = \log_3(x+4) - 2$ .

23.  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 3$ .

24.  $y = \log_2(x-4) + 1$ .

25.  $y = \log_3(x+3) - 1$ .

### Тема 11. Тригонометрические функции

**Задание 26.** Найдите множество значений функции.

1.  $y = 2\sin x - 5$ .

2.  $y = 2\cos x - 3$ .

3.  $y = 3\cos x - 4$ .

4.  $y = 3\sin x + 1$ .

5.  $y = 2\sin x + 3$ .

6.  $y = 4\cos x - 2$ .

7.  $y = -0,5\cos x + 4,5$ .

8.  $y = 2\sin x - 1$ .

9.  $y = 3\sin x + 2$ .

10.  $y = 5\cos x - 3$ .

11.  $y = 2\cos x - 4$ .

12.  $y = -3\sin x + 5$ .

13.  $y = -2\cos x + 1$ .

14.  $y = 0,5\sin x + 3,5$ .

15.  $y = -0,5\sin x + 1,5$ .

16.  $y = 2\cos x + 1$ .

17.  $y = 3\sin x - 4$ .

18.  $y = -1,5\cos x + 0,5$ .

19.  $y = 5\sin x + 1$ .

20.  $y = -2\cos x + 3$ .

21.  $y = 5 \cos x - 2.$

23.  $y = 5 \sin x - 4.$

25.  $y = -3 \sin x + 1.$

22.  $y = 4 \sin x - 3.$

24.  $y = 4 \cos x + 1.$

**Задание 27.** Постройте график функции.

1.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1.$

3.  $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 2.$

5.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$

7.  $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1.$

9.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 3.$

11.  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1.$

13.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2.$

15.  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2.$

17.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1.$

2.  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3.$

4.  $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2.$

6.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2.$

8.  $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1.$

10.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1.$

12.  $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1.$

14.  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2.$

16.  $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1.$

18.  $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1.$

19.  $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1.$

21.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 3.$

23.  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2.$

25.  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2.$

20.  $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2.$

22.  $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3.$

24.  $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1.$

## Тема 12. Рациональные и иррациональные уравнения

**Задание 28.** Решите уравнение.

1.  $x^2 + 3x^2 - 14x^2 + 3x = -40.$

3.  $\frac{3}{x^2+1} + \frac{7}{x^2+3} = \frac{8}{5}.$

5.  $x^2 + 2x^2 - 7x^2 + 2x = 8.$

7.  $\frac{8}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+6} = 1.$

9.  $\frac{x^2}{12} = \frac{7x}{12} - 1.$

11.  $x^2 + 3x^2 - 32x^2 + 3x = -112.$

13.  $x^2 - 3x^2 - 14x^2 - 3x = -40.$

2.  $x^4 - 19x^2 + 48 = 0.$

4.  $\frac{7}{x^2+3} + \frac{3}{x^2+11} = \frac{6}{5}.$

6.  $x^4 - 4x^2 - 45 = 0.$

8.  $\frac{5}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+6} = \frac{7}{10}.$

10.  $2x - \frac{10}{3} = \frac{x^2}{6}.$

12.  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0.$

14.  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0.$

15.  $\frac{3x}{x+1} + \frac{x-1}{x-2} = 4.$

17.  $x^4 - 7x^2 + 12 = 0.$

19.  $\frac{5}{3x+7} = \frac{7}{5x+9}.$

21.  $x - 2\sqrt{x} = 15.$

23.  $\frac{x+1}{x+3} - \frac{12}{x^2-9} = \frac{2-x}{3-x}.$

25.  $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-3} = \frac{4}{x^2-9}.$

16.  $\frac{3x}{x+5} - 1 = \frac{2x+5}{x}.$

18.  $x^4 - 11x^2 + 30 = 0.$

20.  $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0.$

22.  $4\sqrt{x} + x - 5 = 0.$

24.  $\frac{3x^2}{3x-1} - 2 = \frac{2x+1}{3x+1}.$

**Задание 29.** Решите уравнение.

1.  $\sqrt{2x-1} = x-2.$

2.  $\sqrt{2x+1} = x-1.$

3.  $\sqrt{2x^2-4x-5} = x-2.$

4.  $\sqrt{2x^2-10x+9} = x-3.$

5.  $\sqrt{x+2} = 2x-11.$

6.  $\sqrt{x+1} = 5-x.$

7.  $\sqrt{7-2x-x^2} = x-1.$

8.  $\sqrt{5+2x-x^2} = x+1.$

9.  $\sqrt{x+4} = 8-x.$

10.  $\sqrt{x-1} = 2x-17.$

11.  $\sqrt{1-x} = x+1.$

12.  $\sqrt{2x+4} = x-2.$

13.  $\sqrt{3x+1} = x-1.$

14.  $\sqrt{2x+9} = x-3.$

15.  $\sqrt{1+4x-x^2} = x-1.$

16.  $\sqrt{4-6x-x^2} = x+4.$

17.  $\sqrt{x+5} = x-1.$

18.  $2\sqrt{x+5} = x+2.$

19.  $3\sqrt{2-x} = x+2.$

20.  $5\sqrt{x+3} = 3-x.$

21.  $\sqrt{2-x} = x.$

22.  $\sqrt{8-x} = 2-x.$

23.  $\sqrt{7x-3} = x-3.$

24.  $\sqrt{45-2x} = x-5.$

25.  $\sqrt{x^2+8} = 2x+1.$

**Тема 13. Показательные и логарифмические уравнения**

**Задание 30.** Решите уравнения.

1. а)  $0,3^{x^3-x^2+x-1} = 1;$

б)  $5^{3x} + 3 \cdot 5^{3x-2} = 140.$

2. а)  $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1;$

б)  $100^{x^2-1} = 10^{1-5x}.$

3. а)  $4^{2x^2+9x-5} = 1;$

б)  $3^{2x-1} + 3^{2x} = 108.$

4. а)  $3^{x^2+x-12} = 1;$

б)  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0.$

5. а)  $2^{x^2-7x+10} = 1;$

б)  $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0.$

6. а)  $2^{2x} = 2^{4\sqrt{3}};$

б)  $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30.$

7. а)  $3^x = 5^{2x};$

б)  $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0.$

8. a)  $2^{\frac{x-1}{x-2}} = 4$ ;

9.  $4^x = 3^{2^x}$ ;

10. a)  $0,5^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{1}{x+1}}$ ;

11. a)  $(0,4)^{\frac{3x-1}{5}} = (2,5)^{x+1}$ ;

12. a)  $(0,7)^{\frac{2x-3}{4}} = \left(1\frac{3}{7}\right)^{2-x}$ ;

13. a)  $(0,5)^{x-3} = 4^{\frac{x}{x+1}}$ ;

14. a)  $25^{x+2} = (0,2)^{\frac{x-7}{x}}$ ;

15. a)  $17^{x^2-6} = \frac{1}{17^{5x}}$ ;

16. a)  $2^{-x^2+3x} = 4$ ;

17. a)  $729^{\frac{3x-3}{x}} = 3^{\frac{5x}{2}}$ ;

18. a)  $2^x \cdot 3^x = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$ ;

19. a)  $4^{2x+3} = \frac{1}{64}$ ;

б)  $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$ .

б)  $64^x - 8^x - 56 = 0$ .

б)  $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$ .

б)  $2^x + (0,5)^{3-x} = 9$ .

б)  $3^x + \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 10$ .

б)  $7^{x+3} - 7^x = 2394$ .

б)  $8^{x+1} - 8^x = 448$ .

б)  $16^x = 0,5 \cdot 8^{2x+1}$ .

б)  $7^x - 7^{x-1} = 6$ .

б)  $16^{2x} = \frac{1}{2} \cdot 8^{3x+1}$ .

б)  $\left(\frac{1}{81}\right)^x = 3 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{2x+1}$ .

б)  $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$ .

20. a)  $\sqrt{2}^{x^2-4x+6} = 2$ ;

21. a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+3} = \left(\frac{1}{81}\right)^x$ ;

22. a)  $1,5^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$ ;

23. a)  $5^{x^2-5x-6} = 1$ ;

24. a)  $0,75^{2x-3} = \left(1\frac{1}{3}\right)^{5-x}$ ;

25. a)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-2} = \frac{1}{7}$ ;

б)  $2^x - 2^{x+1} + 2^{x+2} = 96$ .

б)  $625^{2x} = \frac{1}{5} \cdot 125^{3x+1}$ .

б)  $8 \cdot 4^x - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$ .

б)  $9^x - 3^x - 6 = 0$ .

б)  $2^x + 2^{x-3} = 18$ .

б)  $4^x - 2^x = 12$ .

**Задание 31.** Решите уравнения.

1. a)  $\log_3(5x+3) = \log_3(7x+5)$ ; б)  $\log_{\sqrt[4]{27}}(x-2) = 4$ .

2. a)  $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) = \log_{\frac{1}{2}}(6x+8)$ ; б)  $\lg(x-1) + \lg(x+1) = 0$ .

3. a)  $2\log_{\frac{1}{2}}x = \log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - x)$ ; б)  $\log_{\sqrt[3]{8}}(x-2) = 10$ .

4. a)  $\lg(x^2 - 2) = \lg x$ ;

б)  $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$ .

5. a)  $\log_3(4x-1) = 2$ ;

б)  $\log_7(x-1) \cdot \log_5 x = \log_5 x$ .

6. a)  $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) = -1$ ;

б)  $\lg(x-2) + \lg x = \lg 3$ .

7. a)  $\log_4(5x-3) = \log_4(2x+9)$ ; б)  $\log_{\sqrt[3]{4}}(x-1) = 6$ .
8. a)  $\log_5(2x+3) = 1$ ; б)  $\log_2(x-2) + \log_2(x-3) = 1$ .
9. a)  $\log_{\frac{1}{3}}(5x-7) = -1$ ; б)  $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 = 0$ .
10. a)  $\log_2(3x-1) = 3$ ; б)  $\log_3(5-x) + \log_3(-1-x) = 3$ .
11. a)  $\log_2(x-3) = \log_2(2x-5)$ ; б)  $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$ .
12. a)  $\log_2(2x+7) = 4$ ; б)  $\log_3^2 x - 4\log_3 x + 3 = 0$ .
13. a)  $\log_{\frac{1}{7}}(x+3) = \log_{\frac{1}{7}}(4x-3)$ ; б)  $\log_2(x-3) = 2 - \log_2 x$ .
14. a)  $\log_2(x^2 - 8,5) = -1$ ; б)  $\log_4(x+4) = 2 - \log_4(x-2)$ .
15. a)  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{10}{3} - x^2\right) = 1$ ; б)  $\log_{\sqrt{6}}(x-1) + \log_{\sqrt{6}}(x+4) = 2$ .
16. a)  $\log_{\frac{\sqrt{10}}{3}}(1-3x) = 2$ ; б)  $\log_{\sqrt{7}}(x+10) + \log_{\sqrt{7}}(x+4) = 2$ .
17. a)  $\log_{\frac{\sqrt{6}}{3}}(2x-1) = 2$ ; б)  $\log_{\frac{1}{5}}(x-10) - \log_{\frac{1}{5}}(x+2) = -1$ .
18. a)  $\log_4(x^2 - 3) = 0$ ; б)  $\log_{\sqrt{6}}(x-4) + \log_{\sqrt{6}}(x+1) = 2$ .
19. a)  $\log_{0,25}(5x-1) = -0,5$ ; б)  $\log_{x-1} 1 = 2$ .

20. a)  $\log_{27}(8-3x) = \frac{1}{3}$ ; б)  $\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x - 2 = 0$ .
21. a)  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x-1}{x+2}\right) = 1$ ; б)  $\lg(x+1,5) = -\lg x$ .
22. a)  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 6) = -1$ ; б)  $\lg(3x^2 + 7) - \lg(3x - 2) = 1$ .
23. a)  $\log_{\frac{1}{6}}(x^2 - 3x + 2) = -1$ ; б)  $\lg^2 x - 3\lg x = 4$ .
24. a)  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x}{3} + 7\right) = 0$ ; б)  $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$ .
25. a)  $\log_3(1-2x) = 1$ ; б)  $\lg(x + \sqrt{3}) + \lg(x - \sqrt{3}) = 0$ .

#### Тема 14. Тригонометрические уравнения

Задание 32. Решите уравнения.

1. a)  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ ; б)  $\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x$ .
2. a)  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ ; б)  $\sin 2x - \sin x = 0$ .
3. a)  $4\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$ ; б)  $\sqrt{3}\sin x \cos x = \sin^2 x$ .
4. a)  $\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 2\sqrt{3}$ ; б)  $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$ .
5. a)  $1 + 7\cos^2 x = 3\sin 2x$ ; б)  $2\sin x + \cos x = 0$ .
6. a)  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ ; б)  $2\sin x \cos x = \cos x$ .

7. a)  $2\cos^2 x - \sin x + 1 = 0$ ;      б)  $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$ .
8. a)  $\operatorname{tg} x - \sqrt{3}\operatorname{ctg} x + 1 = \sqrt{3}$ ;      б)  $\sin 7x - \sin x = \cos 4x$ .
9. a)  $3 + \sin 2x = 4\sin^2 x$ ;      б)  $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 0$ .
10. a)  $2\sin^2 x + \sin x - 6 = 0$ ;      б)  $\sin x - \cos x = 1$ .
11. a)  $3\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$ ;      б)  $\sin 4x + \sin^2 2x = 0$ .
12. a)  $\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 4 = 0$ ;      б)  $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2$ .
13. a)  $2\cos^2 x + \cos x - 6 = 0$ ;      б)  $\cos x + \cos 3x = 4\cos 2x$ .
14. a)  $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ ;      б)  $\sin 2x + 2\cos^2 x = 0$ .
15. a)  $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 1 = 0$ ;      б)  $\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x$ .
16. a)  $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$ ;      б)  $\sin x + \cos x = 1$ .
17. a)  $6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ ;      б)  $\sin x = 2\cos x$ .
18. a)  $3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 1 = 0$ ;      б)  $\cos x = \sin x$ .
19. a)  $\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x + 1 = 0$ ;      б)  $2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x = 0$ .
20. a)  $\sqrt{3}\operatorname{tg} x - \sqrt{3}\operatorname{ctg} x = 2$ ;      б)  $4\sin^2 x - 1 = 0$ .
21. a)  $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ ;      б)  $4\cos^2 x - 3 = 0$ .
22. a)  $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ ;      б)  $\operatorname{tg} x = 3\operatorname{ctg} x$ .

23. a)  $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ ;      б)  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ .
24. a)  $2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$ ;      б)  $\cos 5x - \cos 3x = 0$ .
25. a)  $2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$ ;      б)  $2\sin^2 x = \sqrt{3}\sin 2x$ .

### Тема 15. Системы уравнений

**Задание 33.** Решите систему уравнений.

1. 
$$\begin{cases} x + 2y = 11, \\ xy = 14. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} \frac{2^{4x+2}}{4^{x+1}} = 1, \\ 1 + \log_3(x-4) = \log_3(x+21). \end{cases}$$
3. 
$$\begin{cases} x - y = 6, \\ xy = 16. \end{cases}$$
4. 
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ xy = 15. \end{cases}$$
5. 
$$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1, \\ 3^{x-y} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}. \end{cases}$$
6. 
$$\begin{cases} 2^{x-y} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}, \\ \log_2 x + \log_2 y = 2. \end{cases}$$
7. 
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x+1} = 32, \\ \log_4(x-6)^2 = 1. \end{cases}$$
8. 
$$\begin{cases} 3^{2x-6} = \frac{1}{27}, \\ \log_3(1-x)^2 = 2. \end{cases}$$
9. 
$$\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y^2 = 3. \end{cases}$$
10. 
$$\begin{cases} \frac{27^x}{3^{x-7}} = 9, \\ \log_{0,5}(x+16) = \log_{0,5}(x+2) - 1. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 2^{x-y} = 4^y, \\ \frac{6}{x} + \frac{1}{5y} = 1. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 27^x = 3^{7-y}, \\ \frac{1}{x} + 2 = \frac{10}{y}. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 8 \cdot 2^y = 4^{1.5x+0.5}, \\ 5^{2x} = \frac{1}{25} \cdot 5^y. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{3^y}{27} = \left(\frac{1}{9}\right)^{0.5-x}, \\ \sqrt{2}^{2x} = 2^{y-3.5}. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2^{x-y} \cdot 2^{xy} = 8, \\ 9^y = 3^{4-x}. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \frac{3^{x-y}}{3^{xy}} = \frac{1}{3}, \\ 2^x \cdot 2^y = 32. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} \sqrt{x} + y = 5, \\ 2\sqrt{x} - y = -2. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} \sqrt{x} - y = 5, \\ -6 + \sqrt{x} \cdot y = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} \log_3(x-y) = 1, \\ \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - y^2) = -3. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} \log_2(x-y) = 1, \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+y) = 1. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0, \\ x^2 - 2y^2 - 8 = 0. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1, \\ \log_2(xy) = 3. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 6, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 4, \\ x^2 + y^2 = 17. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} \lg x + \lg y = \lg 5, \\ x^2 + y^2 = 26. \end{cases}$$

### Тема 16. Рациональные, показательные и логарифмические неравенства

Задание 34. Решите неравенства.

1. а)  $2x^2 - x - 15 > 0;$

б)  $x^2(2x+1)(x-3) \geq 0.$

2. а)  $x^2 - 9 > 0;$

б)  $\frac{x^2(x-2)}{8x+4} < 0.$

3. а)  $3x^2 - 6x + 32 > 0;$

б)  $\frac{x^2}{x^2-4} \geq 0.$

4. а)  $2x^2 - 13x + 6 < 0;$

б)  $\frac{(x-2)^2}{x^2-25} \geq 0.$

5. а)  $x^2 - 16 < 0;$

б)  $\frac{x^2+2x+1}{x-1} \geq 0.$

6. а)  $x^2 + 12x + 80 < 0;$

б)  $\frac{x-2}{x^2-6x+9} \geq 0.$

7. а)  $2x^2 + 5x - 7 < 0;$

б)  $x^3 - 25x \leq 0.$

8. а)  $x^2 - 25 > 0;$

б)  $\frac{x \cdot (x^2 - 4x + 4)}{9 - x^2} < 0.$

9. а)  $5x^2 - 4x + 21 > 0;$

б)  $\frac{2x-4}{x} > 2.$

10. а)  $5x^2 + 3x - 8 > 0;$

б)  $\frac{1}{2x} \geq \frac{1}{x-3}.$

11. а)  $x^2 - 49 < 0;$

б)  $\frac{3}{x} \leq \frac{1}{x+2}.$

12. a)  $4x^2 - 2x + 13 < 0$ ;

13. a)  $144 - x^2 < 0$ ;

14. a)  $x^2 - 3x - 4 > 0$ ;

15. a)  $x^2 - 14x + 45 \geq 0$ ;

16. a)  $x^2 - 8x + 7 \leq 0$ ;

17. a)  $4x + 21 - x^2 > 0$ ;

18. a)  $26 - 11x - x^2 < 0$ ;

19. a)  $3x^2 - 2x + 7 > 0$ ;

20. a)  $3x^2 + 4x - 4 \geq 0$ ;

21. a)  $8x^2 - 2x - 1 < 0$ ;

22. a)  $4x^2 - 11x + 6 > 0$ ;

23. a)  $3x^2 + 5x - 2 \leq 0$ ;

б)  $\frac{3x-8}{5x-1} \leq 0$ .

б)  $\frac{x-2}{x+1} < 1$ .

б)  $\frac{3x+2}{x-1} < 2$ .

б)  $\frac{x^2-9}{x^2-4} < 0$ .

б)  $\frac{5x+4}{x-3} < 4$ .

б)  $\frac{3x-6}{2x^2+5x-3} < 0$ .

б)  $\frac{3}{2x+3} \geq \frac{2}{3}$ .

б)  $\frac{3x-15}{x^2+5x-14} \geq 0$ .

б)  $\frac{2}{x-4} < 1$ .

б)  $\frac{5x^2+4x-1}{6-2x} \leq 0$ .

б)  $\frac{2}{x-1} < \frac{3}{x-4}$ .

б)  $\frac{x-1}{x^2+4x+2} < 0$ .

24. a)  $6x^2 + 11x - 2 \leq 0$ ;

25. a)  $5x^2 + 7x - 6 > 0$ ;

б)  $\frac{x^2+5x+4}{x^2-5x-6} < 0$ .

б)  $\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x-3} > 0$ .

**Задание 35.** Решите неравенства.

1. a)  $2^{-x^2+3x} < 4$ ;

2. a)  $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$ ;

3. a)  $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \leq 624$ ;

4. a)  $\left(\frac{13}{11}\right)^{x^2-3x} < \frac{121}{169}$ ;

5. a)  $3^{x^2-4} \geq 1$ ;

6. a)  $3^{x+2} + 3^{x-1} < 28$ ;

7. a)  $2^{x-1} + 2^{x+3} > 17$ ;

8. a)  $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} > 700$ ;

9. a)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2+1} > \left(\frac{1}{32}\right)^{2x}$ ;

б)  $\log_3(x^2 + 2x) > 1$ .

б)  $\lg(3x-4) < \lg(2x+1)$ .

б)  $\log_2 x + \log_2(x-3) > 2$ .

б)  $\log_5 \frac{3x-2}{x^2+1} > 0$ .

б)  $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$ .

б)  $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ .

б)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{2x^2+3}{x-7} < 0$ .

б)  $\log_3(x^2 + 7x - 5) > 1$ .

б)  $\log_3(5-4x) < \log_3(x-1)$ .

$$10. \text{ a) } \left(\frac{3}{7}\right)^{x^2} > \left(\frac{9}{49}\right)^{x+1,5}; \quad \text{б) } \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 5x + 7) < 0.$$

$$11. \text{ a) } \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+4x} \geq \left(\frac{8}{27}\right)^{x+2}; \quad \text{б) } \log_6(x^2 - 3x + 2) \geq 1.$$

$$12. \text{ a) } \left(\frac{1}{9}\right)^{x^2+6x-27} > 1; \quad \text{б) } \lg(x^2 - 8x + 13) > 0.$$

$$13. \text{ a) } 2^x - 2^{x+1} + 2^{x+2} \geq 96; \quad \text{б) } \log_{0,3}(2x+5) \geq \log_{0,3}(x+1).$$

$$14. \text{ a) } \left(\frac{1}{9}\right)^{3-0,5x^2} \leq 27; \quad \text{б) } \log_{0,1}^2 x + 3\log_{0,1} x > 4.$$

$$15. \text{ a) } 0,6^{x^2-5x} \geq 1; \quad \text{б) } \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x - 6) \geq -3.$$

$$16. \text{ a) } 8^{3x^2+x} \geq 1; \quad \text{б) } \log_{\frac{1}{7}}(2x-1) > -1.$$

$$17. \text{ a) } 4^{1-x} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+2}; \quad \text{б) } \log_4 \frac{5-x}{x-2} > 1.$$

$$18. \text{ a) } \left(\frac{1}{3}\right)^x > 9^{2x-1}; \quad \text{б) } \log_5 \frac{3-x}{x+2} > 1.$$

$$19. \text{ a) } 0,5^x - 3 \cdot 2^{1-x} \leq -80; \quad \text{б) } \log_{0,5}(x^2 - 1) \geq -2.$$

$$20. \text{ a) } 4^x - 3 \cdot 2^x - 4 < 0; \quad \text{б) } \log_{\frac{1}{3}}(2x+1) > -1.$$

$$21. \text{ a) } 3 + 2 \cdot 3^x - 9^x > 0; \quad \text{б) } \log_2(x-1) \leq \log_2(2x+3).$$

$$22. \text{ a) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 2^{3+x} \leq 9; \quad \text{б) } \log_{0,5}(x^2 + x) < -1.$$

$$23. \text{ a) } 3^{x-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 8 > 0; \quad \text{б) } \log_5(2x+1) \geq \log_5(x-3).$$

$$24. \text{ a) } 5^{\frac{2}{x}} \leq 0,2^{x-3}; \quad \text{б) } \log_{1,7}(1-3x) < 0.$$

$$25. \text{ a) } 2^{\frac{3}{x}} \geq 0,5^{x-4}; \quad \text{б) } \log_{\frac{1}{3}}(3x-1) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+3).$$

## РАЗДЕЛ 2. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

### Тема 18. Производная, ее геометрический и механический смысл

**Задание 36.** Найдите производные функций.

$$1. \text{ a) } y = x^5 - 4x^3 - 2x + 3; \quad \text{б) } y = x^2 \cdot \cos x; \quad \text{в) } y = \frac{e^x}{x^3 + 5}.$$

$$2. \text{ a) } y = x^7 + 2x^4 - \frac{3}{x} + 5; \quad \text{б) } y = x^3 \cdot 5^x; \quad \text{в) } y = 3 \sin x - 2^x + \sqrt{x}.$$

$$3. \text{ a) } y = 2x^8 - 3x^2 + \sqrt{x} - 2; \quad \text{б) } y = \operatorname{tg} x \cdot e^x; \quad \text{в) } y = 3 \cos x - 5^x - \sqrt{x}.$$

$$4. \text{ a) } y = x^4 - 5x^3 + 2^x; \quad \text{б) } y = \frac{3x+1}{2x-5}; \quad \text{в) } y = (x^2 - 1) \cdot \operatorname{tg} x.$$

5. a)  $y = 3x^6 + 5x^4 - x + 7$ ; б)  $y = x^7 \cdot \text{ctgx}$ ; в)  $y = \frac{e^x}{\sin x}$ .
6. a)  $y = 4x^5 - x^2 + \frac{5}{x} + 4$ ; б)  $y = \frac{x^2 + 1}{4x - 3}$ ; в)  $y = (x^4 + 2) \cdot \ln x$ .
7. a)  $y = 2x^5 + x^4 - x + 3$ ; б)  $y = x^5 \cdot 4^x$ ; в)  $y = 2 \ln x + 5x^8 - 2e^x$ .
8. a)  $y = x^{10} - 3x^5 + 4x - 2$ ; б)  $y = \frac{\sin x}{x^2 + 4}$ ; в)  $y = 3x^5 - \log_4 x + 2e^x$ .
9. a)  $y = x^8 + 4x^2 - 9x + 5$ ; б)  $y = x^3 \cdot \ln x$ ; в)  $y = \frac{\cos x - 1}{\sin x}$ .
10. a)  $y = 4x^7 - 5x^3 - x + 1$ ; б)  $y = \sqrt{x} \cdot \text{tgx}$ ; в)  $y = 3 \text{ctgx} + 5^x - 3\sqrt{x}$ .
11. a)  $y = 7x^5 + 2x^3 - 3\sqrt{x}$ ; б)  $y = \frac{4x^2 + 1}{5x - 3}$ ; в)  $y = (x^4 + 3) \cdot \ln x$ .
12. a)  $y = 5x^4 - 2x^3 + \sqrt{x} - 1$ ; б)  $y = x^3 \cdot \sin 2x$ ; в)  $y = 5 \ln x + 4e^x$ .
13. a)  $y = 9x^5 + 3x^4 - 7x + 2$ ; б)  $y = \sqrt{x} \cdot \log_5 x$ ; в)  $y = \frac{e^x + 2x}{\cos x}$ .
14. a)  $y = 2x^6 - 7x^3 + 4\sqrt{x}$ ; б)  $y = \frac{4x + 1}{x^2 + 3}$ ; в)  $y = (x^4 + 7) \cdot \ln x$ .
15. a)  $y = 5x^7 + 4x + 2\sqrt{x}$ ; б)  $y = x^4 \cdot \sin x$ ; в)  $y = 6 \ln x + 4e^x$ .
16. a)  $y = 3x^2 + \sin x - 5$ ; б)  $y = \frac{x^2 + 4}{x^3 + 5}$ ; в)  $y = \log_4 x + 2e^x + 3$ .

17. a)  $y = x^7 - 2x^3 + 4x - 1$ ; б)  $y = x^5 \cdot e^x$ ; в)  $y = \frac{\cos x + 5}{\sin x}$ .
18. a)  $y = 3x^4 + 5x - \frac{1}{x}$ ; б)  $y = x^3 \cdot \cos x$ ; в)  $y = 3 \ln x - 4e^x$ .
19. a)  $y = 4x^3 + 5x^2 - 3$ ; б)  $y = \frac{5x - 1}{4x + 3}$ ; в)  $y = (x + 3) \cdot \ln x$ .
20. a)  $y = x^6 + 9x^3 - 7x + 2$ ; б)  $y = x^4 \cdot \cos x$ ; в)  $y = \frac{\cos x + 2}{\sin x}$ .
21. a)  $y = 3x^7 + 2x^4 - 9$ ; б)  $y = \frac{6x - 1}{5x + 7}$ ; в)  $y = (x^4 + 3x - 1) \cdot \ln x$ .
22. a)  $y = 2^x + 3x^2 - 4x + 1$ ; б)  $y = x^3 \cdot \cos x$ ; в)  $y = \frac{x - 1}{\sin x}$ .
23. a)  $y = x^5 - 2x^4 + 9x - 7$ ; б)  $y = x^5 \cdot \sin x$ ; в)  $y = 7 \ln x + 8e^x$ .
24. a)  $y = 3x^8 - 7x^3 + 5$ ; б)  $y = x^4 \cdot 3^x$ ; в)  $y = \log_2 x + 5e^x + 3$ .
25. a)  $y = 4x^7 - 2x + 8$ ; б)  $y = \frac{3x^2 + 1}{5x + 4}$ ; в)  $y = (x^4 + 4x^3 + 1) \cdot \ln x$ .

**Задание 37.** Вычислите производные функций в точке  $x_0$ .

1. a)  $y = 2x^8 - 3x^2 + 4\sqrt{x} - 2$ ; б)  $y = \frac{5x - 1}{4x + 3}$ ;  $x_0 = 1$ .
2. a)  $y = 9x^2 + 6x - 4$ ; б)  $y = \frac{7x + 1}{4x - 3}$ ;  $x_0 = -1$ .

3. a)  $y=5x^2-7x-12$ ; б)  $y=\frac{4x-1}{4x+2}$ ;  $x_0=3$ .
4. a)  $y=2x^5+x^4-x+3$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{6x+3}$ ;  $x_0=-1$ .
5. a)  $y=7x^5+2x^3-6\sqrt{x}$ ; б)  $y=\frac{7x+8}{4x+1}$ ;  $x_0=1$ .
6. a)  $y=9x^5+3x^4-7x+2$ ; б)  $y=\frac{5x-9}{4x-3}$ ;  $x_0=-1$ .
7. a)  $y=3x^4+5x-\frac{1}{x^2}$ ; б)  $y=\frac{2x-1}{4x-9}$ ;  $x_0=-1$ .
8. a)  $y=4x^3+5x^2-3$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{6x-5}$ ;  $x_0=-2$ .
9. a)  $y=3x^7+2x^4-9$ ; б)  $y=\frac{7x-9}{4x+1}$ ;  $x_0=-1$ .
10. a)  $y=3x^8-7x^3+5$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{4x+3}$ ;  $x_0=1$ .
11. a)  $y=2x^8-3x^2+4\sqrt{x}-2$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{4x+3}$ ;  $x_0=1$ .
12. a)  $y=9x^2+6x-4$ ; б)  $y=\frac{7x+1}{4x-3}$ ;  $x_0=-1$ .
13. a)  $y=5x^2-7x-12$ ; б)  $y=\frac{4x-1}{4x+2}$ ;  $x_0=3$ .
14. a)  $y=2x^5+x^4-x+3$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{6x+3}$ ;  $x_0=-1$ .

15. a)  $y=7x^5+2x^3-6\sqrt{x}$ ; б)  $y=\frac{7x+8}{4x+1}$ ;  $x_0=1$ .
16. a)  $y=9x^5+3x^4-7x+2$ ; б)  $y=\frac{5x-9}{4x-3}$ ;  $x_0=-1$ .
17. a)  $y=3x^4+5x-\frac{1}{x^2}$ ; б)  $y=\frac{2x-1}{4x-9}$ ;  $x_0=-1$ .
18. a)  $y=4x^3+5x^2-3$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{6x-5}$ ;  $x_0=-2$ .
19. a)  $y=3x^7+2x^4-9$ ; б)  $y=\frac{7x-9}{4x+1}$ ;  $x_0=-1$ .
20. a)  $y=3x^8-7x^3+5$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{4x+3}$ ;  $x_0=1$ .
21. a)  $y=3x^5+2x^3-\sqrt{x}$ ; б)  $y=\frac{7x+3}{4x+2}$ ;  $x_0=1$ .
22. a)  $y=4x^5+3x^4-7x+2$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{4x-3}$ ;  $x_0=-1$ .
23. a)  $y=2x^4+5x-\frac{1}{x^2}$ ; б)  $y=\frac{x-1}{4x-9}$ ;  $x_0=-1$ .
24. a)  $y=6x^3+5x^2-1$ ; б)  $y=\frac{5x-1}{x+5}$ ;  $x_0=-2$ .
25. a)  $y=3x^7+2x^4-9$ ; б)  $y=\frac{8x+9}{4x+3}$ ;  $x_0=-1$ .

**Задание 38.** Составьте уравнение касательной к графику функции  $y=f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ .

1.  $f(x) = x^2 - 2x, x_0 = 3.$
2.  $f(x) = x^3 - 2x^2, x_0 = 3.$
3.  $f(x) = x^3 + 3x, x_0 = 2.$
4.  $f(x) = x^2 + 5x - 3, x_0 = 1.$
5.  $f(x) = x^2 + 2x, x_0 = -3.$
6.  $f(x) = 5x^2 + 3x - 1, x_0 = -1.$
7.  $f(x) = x^3 + 2x, x_0 = -2.$
8.  $f(x) = 3x^2 + 7x - 2, x_0 = 2.$
9.  $f(x) = 2x^3 - x^2, x_0 = 1.$
10.  $f(x) = x^2 + 3x - 2, x_0 = 0.$
11.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 2, x_0 = -1.$
12.  $f(x) = 2x^3 + 3x^2, x_0 = 2.$
13.  $f(x) = 4x^2 + x - 1, x_0 = 0.$
14.  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 1, x_0 = 0.$
15.  $f(x) = 4x^3 + x^2 - 3, x_0 = 1.$
16.  $f(x) = x^3 + x^2 - 3, x_0 = -1.$
17.  $f(x) = 3x^2 + 2x + 3, x_0 = 2.$
18.  $f(x) = 2x^4 - 5x^2, x_0 = -2.$
19.  $f(x) = 4x^3 - 5x + 1, x_0 = -1.$
20.  $f(x) = 7x^3 + x^2, x_0 = 1.$
21.  $f(x) = x^4 - 3x^2, x_0 = 3.$
22.  $f(x) = 5x^3 - x^2 + 2, x_0 = 0.$
23.  $f(x) = 2x^3 + x^2 - 3, x_0 = -1.$
24.  $f(x) = x^2 + 5x, x_0 = -3.$
25.  $f(x) = 3x^2 + 10x, x_0 = 1.$

**Задание 39.** Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t)$ . Найдите ее скорость и ускорение в момент времени  $t_0$ .

1.  $S(t) = t^3 + 4t^2, t_0 = 1.$
2.  $S(t) = 7t^3 - 2t^2, t_0 = 2.$

3.  $S(t) = t^3 + 3t^2, t_0 = 2.$
4.  $S(t) = 4t^3 + 3t^2 - 2t, t_0 = 1.$
5.  $S(t) = 2t^3 - 5t^2, t_0 = 3.$
6.  $S(t) = 5t^3 - 2t^2, t_0 = 2.$
7.  $S(t) = 2t^3 + t^2, t_0 = 4.$
8.  $S(t) = 3t^3 + 7t^2, t_0 = 3.$
9.  $S(t) = 5t^3 + 2t^2 - 3, t_0 = 1.$
10.  $S(t) = 4t^3 - 3t^2 + 5, t_0 = 2.$
11.  $S(t) = t^3 + 8t^2 + 1, t_0 = 3.$
12.  $S(t) = 6t^3 + t^2 - 1, t_0 = 4.$
13.  $S(t) = 3t^3 - t^2 + 2t, t_0 = 2.$
14.  $S(t) = 2t^3 + 5t^2 - 3, t_0 = 5.$
15.  $S(t) = 10t^3 + t^2 - 3, t_0 = 1.$
16.  $S(t) = 7t^2 + 2t + 3, t_0 = 4.$
17.  $S(t) = 2t^4 + 7t^3 - t, t_0 = 1.$
18.  $S(t) = 5t^3 + 8t^2 + 3, t_0 = 2.$
19.  $S(t) = 9t^2 - 3t + 5, t_0 = 3.$
20.  $S(t) = 12t^2 + t - 1, t_0 = 4.$
21.  $S(t) = 9t^3 + 5t^2 - t, t_0 = 1.$
22.  $S(t) = t^3 + 5t^2 - 4, t_0 = 3.$
23.  $S(t) = 3t^4 + 5t^2 + 1, t_0 = 2.$
24.  $S(t) = 2t^3 + 9t^2 - 5, t_0 = 4.$
25.  $S(t) = 10t^3 - t^2 + 7t, t_0 = 2.$

**Тема 20. Применение производной к исследованию функций и построению графиков**

**Задание 40.** Найдите интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции.

1.  $y = x^4 - 4x^3$ .

2.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ .

3.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .

4.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

5.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

6.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + x$ .

7.  $y = x^3 + 3x^2$ .

8.  $y = x^4 - 32x$ .

9.  $y = 4x^3 - 2x^2$ .

10.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x$ .

11.  $y = 4x^3 - x^4$ .

12.  $y = 4x - x^4$ .

13.  $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ .

14.  $y = x^3 - \frac{3x^2}{2}$ .

15.  $y = -x^3 - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{2}$ .

16.  $y = 3x - x^3$ .

17.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

18.  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$ .

19.  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$ .

20.  $y = x^3 - 3x + 5$ .

21.  $y = x^4 + 4x$ .

22.  $y = 2x^2 - 4x^3 + 1$ .

23.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x$ .

24.  $y = \frac{x^4}{2} - x^2 + 3$ .

25.  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 4$ .

**Задание 41.** Исследуйте функцию и постройте ее график.

1.  $y = x^3 - 3x$ .

2.  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$ .

3.  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$ .

4.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

5.  $y = 3x - x^3$ .

6.  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x$ .

7.  $y = \frac{x^4}{2} - x^2$ .

8.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x$ .

9.  $y = 2x^2 - 4x^3$ .

10.  $y = x^4 + 4x$ .

11.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x$ .

12.  $y = 4x^3 - 2x^2$ .

13.  $y = x^4 - 32x$ .

14.  $y = x^3 + 3x^2$ .

15.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + x$ .

16.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

17.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

18.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ .

19.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$ .

20.  $y = x^4 - 4x^3$ .

21.  $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ .

22.  $y = x^3 - \frac{3x^2}{2}$ .

23.  $y = -x^3 - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{2}$ .

24.  $y = 4x - x^4$ .

25.  $y = 4x^3 - x^4$ .

**Задание 42.** Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке.

1.  $y = x^4 + 4x, [-2; 1].$

2.  $y = 2x^2 - 4x^3, [-1; 2].$

3.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x, [0; 2].$

4.  $y = \frac{x^4}{2} - x^2, [-2; 1].$

5.  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x, [-1; 3].$

6.  $y = 3x - x^3, [-2; 2].$

7.  $y = x^4 - 2x^2 + 1, [-2; 2].$

8.  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x, [-2; 3].$

9.  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x, [0; 2].$

10.  $y = x^3 - 3x, [-2; 2].$

11.  $y = x^4 - 4x^3, [-1; 4].$

12.  $y = x^3 + 3x^2 - 4, [-3; 1].$

13.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4, [-1; 3].$

14.  $y = -x^4 + 2x^2, [-2; 2].$

15.  $y = -x^3 + 3x + 1, [-2; 2].$

16.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + x, [0; 2].$

17.  $y = x^3 + 3x^2, [-3; 1].$

18.  $y = x^4 - 32x, [0; 3].$

19.  $y = 4x^3 - 2x^2, [-1; 1].$

20.  $y = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x, [-1; 2].$

21.  $y = 4x^3 - x^4, [-1; 4].$

22.  $y = 4x - x^4, [0; 2].$

23.  $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4, [1; 4].$

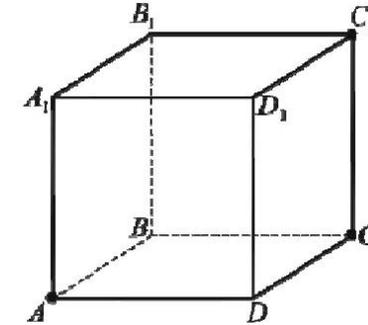
24.  $y = x^3 - \frac{3x^2}{2}, [-1; 2].$

25.  $y = -x^3 - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{2}, [-2; 1].$

## РАЗДЕЛ 3. ГЕОМЕТРИЯ

### Тема 21. Прямые и плоскости в пространстве

**Задание 43.** Определите взаимное расположение прямых и плоскостей, проходящих через вершины куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .



1.  $CA$  и  $(DCB)$ ;  $BA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1 A_1$  и  $(DCB)$ ;  $BC_1$  и  $(DD_1 C_1)$ ;  $B_1 C$  и  $DC_1$ ;  $DD_1$  и  $CC_1$ ;  $BB_1$  и  $DC$ ;  $A_1 B_1$  и  $BC$ ;  $(A_1 B B_1)$  и  $(C D C_1)$ .
2.  $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1 C_1$  и  $(DCB)$ ;  $B_1 C_1$  и  $(DD_1 C_1)$ ;  $B_1 C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1 D_1$  и  $DC_1$ ;  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1 B$  и  $BC$ ;  $A_1 B$  и  $DC_1$ .
3.  $CC_1$  и  $(ACB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCC_1)$ ;  $D_1 C_1$  и  $(ACB)$ ;  $B_1 C$  и  $(DD_1 C_1)$ ;  $BC_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1 D_1$  и  $DC$ ;  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1 B$  и  $DC$ ;  $(A_1 B C)$  и  $(A D D_1)$ .
4.  $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1 C_1$  и  $(C B D)$ ;  $B_1 C_1$  и  $(D D_1 C_1)$ ;  $B_1 C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1 D_1$  и  $DC_1$ ;  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1 B$  и  $BC$ ;  $(A A_1 B)$  и  $(D C C_1)$ .

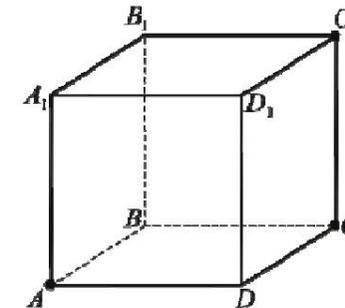
5.  $B_1C$  и  $DC_1$ ;  $DD_1$  и  $CC_1$ ;  $BC_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  
 $BB_1$  и  $DC$ ;  $A_1B_1$  и  $BC$ ;  $(A_1BB_1)$  и  $(CDC_1)$ ;  
 $CA$  и  $(DCB)$ ;  $BA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1A_1$  и  $(DCB)$ ;
6.  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $DD_1C$ ;  
 $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ .
7.  $B_1C$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $BC_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC$ ;  
 $CC_1$  и  $(ACB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCC_1)$ ;  $D_1C_1$  и  $(ACB)$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $DC$ ;  $(A_1BC)$  и  $(ADD_1)$ .
8.  $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(CBD)$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DCC_1)$ .
9.  $CA$  и  $(DCB)$ ;  $BA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1A_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $BC_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C$  и  $DC_1$ ;  $DD_1$  и  $CC_1$ ;  
 $BB_1$  и  $DC$ ;  $A_1B_1$  и  $BC$ ;  $(A_1BB_1)$  и  $(CDC_1)$ .
10.  $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $DD_1C$ .

11.  $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(CBD)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DCC_1)$ .
12.  $B_1C$  и  $DC_1$ ;  $DD_1$  и  $CC_1$ ;  $BC_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  
 $BB_1$  и  $DC$ ;  $A_1B_1$  и  $BC$ ;  $(A_1BB_1)$  и  $(CDC_1)$ ;  
 $CA$  и  $(DCB)$ ;  $BA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1A_1$  и  $(DCB)$ .
13.  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DD_1C)$ ;  
 $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ .
14.  $B_1C$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $BC_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC$ ;  
 $CC_1$  и  $(ACB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCC_1)$ ;  $D_1C_1$  и  $(ACB)$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $DC$ ;  $(A_1BC)$  и  $(ADD_1)$ .
15.  $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(CBD)$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DCC_1)$ .
16.  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $DD_1C$ ;  
 $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ .

17.  $A_1B$  и  $DC$ ;  $BC_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC$ ;  
 $CC_1$  и  $(ACB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCC_1)$ ;  $D_1C_1$  и  $(ACB)$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $B_1C$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $(A_1BC)$  и  $(ADD_1)$ .
18.  $BB_1$  и  $AC$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $CA$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $BA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $D_1C_1$  и  $(CBD)$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DCC_1)$ .
19.  $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1A_1$  и  $(DCB)$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $BC_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C$  и  $DC_1$ ;  $DD_1$  и  $CC_1$ ;  
 $BB_1$  и  $DC$ ;  $A_1B_1$  и  $BC$ ;  $(A_1BB_1)$  и  $(CDC_1)$ .
20.  $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $DD_1C$ .
21.  $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(CBD)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DCC_1)$ .
22.  $B_1C$  и  $DC_1$ ;  $DD_1$  и  $CC_1$ ;  $BC_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  
 $BB_1$  и  $DC$ ;  $A_1B_1$  и  $BC$ ;  $(A_1BB_1)$  и  $(CDC_1)$ ;  
 $CA$  и  $(DCB)$ ;  $BA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1A_1$  и  $(DCB)$ .

23.  $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $BC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DD_1C)$ ;  
 $CC_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(DCB)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ .
24.  $BC_1$  и  $DC_1$ ;  $B_1C$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $A_1D_1$  и  $DC$ ;  
 $CC_1$  и  $(ACB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCC_1)$ ;  $D_1C_1$  и  $(ACB)$ ;  
 $BB_1$  и  $AC$ ;  $A_1B$  и  $DC$ ;  $(A_1BC)$  и  $(ADD_1)$ .
25.  $A_1B$  и  $BC$ ;  $B_1C_1$  и  $DC_1$ ;  $A_1D_1$  и  $DC_1$ ;  
 $CA_1$  и  $(DCB)$ ;  $AA_1$  и  $(DCB)$ ;  $D_1C_1$  и  $(CBD)$ ;  
 $B_1C_1$  и  $(DD_1C_1)$ ;  $BB_1$  и  $AC$ ;  $(AA_1B)$  и  $(DCC_1)$ .

**Задание 44.** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .



1. Найти все прямые и плоскости, проходящие через вершины куба перпендикулярно прямой  $AB$ .
2. Найти все прямые и плоскости, проходящие через вершины куба перпендикулярно плоскости  $ACB$ .



**Задание 45.** Решите расчетные задачи по теме «Прямая и плоскость».

1. Из данной точки на плоскость опущен перпендикуляр и проведены две наклонные. Одна наклонная на 6 см длиннее другой. Их проекции на плоскости соответственно равны 27 см и 15 см. Найти длину перпендикуляра.

2. Отношение длин двух отрезков, каждый из которых соединяет точки параллельных плоскостей, равно 2 : 3. Эти отрезки с плоскостями составляют углы, отношение которых равно 2. Найти косинус большего из этих углов.

3. Угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен  $60^\circ$ . Расстояние от точки  $A$  на плоскости  $\alpha$  до линии пересечения плоскостей равно 3. Найти расстояние от точки  $A$  до плоскости  $\beta$ .

4. Из одной точки плоскости проведены две наклонные, отношение длин которых равно 1 : 2. Найти длины этих наклонных, если их проекции соответственно равны 1 и 7.

5. Из точки  $O$  пересечения диагоналей равнобедренной трапеции к плоскости трапеции восстановлен перпендикуляр  $OM$  длиной 15 см. Длина диагонали трапеции 12 см, при этом меньшее основание в два раза короче большего основания. На каком расстоянии от вершины большего основания находится точка  $M$ ?

6. Через конец  $A$  отрезка  $AB$  проведена плоскость. Через точки  $B$  и  $C$  этого отрезка проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость в точках  $B_1$  и  $C_1$  соответственно. Найдите длину отрезка  $BB_1$ , если  $CC_1 = 15$  см и  $AC : BC = 2 : 3$ .

7. Стороны треугольника 10, 17 и 21 см. Из вершины наибольшего угла восстановлен перпендикуляр к плоскости тре-

угольника, длина которого 15 см. Найти расстояние от конца (не лежащего на плоскости) перпендикуляра до наибольшей стороны треугольника.

8. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются под углом  $45^\circ$ . Расстояние от точки  $A$  на плоскости  $\alpha$  до плоскости  $\beta$  равно 2. Найти расстояние от точки  $A$  до линии пересечения плоскостей.

9. Отрезок  $AB$  пересекает плоскость  $\alpha$  в точке  $O$ . Конец  $B$  отрезка отстоит от плоскости  $\alpha$  на расстоянии 8. На каком расстоянии от плоскости находится конец  $A$  отрезка, точкой  $O$  отрезок  $AB$  делится в отношении  $AO : OB = 3 : 2$ ?

10. Концы двух отрезков с длинами 10 и 15 см лежат на параллельных плоскостях. Чему равна проекция второго отрезка на одну из этих плоскостей, если проекция первого отрезка на эту плоскость равна  $\sqrt{19}$ ?

11. Катеты прямоугольного треугольника 12 и 16 см. Найти расстояние от точки, отстоящей от вершин треугольника на 26 см, до плоскости треугольника.

12. Через центр  $O$  квадрата  $ABCD$  проведен перпендикуляр  $OF$  к плоскости квадрата. Найти угол между плоскостями  $BCF$  и  $ABCD$ , если  $FB = 5$ ,  $BC = 6$ .

13. Из данной точки к плоскости проведены две наклонные, разность длин которых равна 6. Проекции наклонных на эту плоскость равны 27 и 15. Найти расстояние от данной точки до плоскости.

14. Через вершину  $B$  прямого угла треугольника  $ABC$  проведена прямая  $b$ , перпендикулярная плоскости треугольника. Найти расстояние между прямыми  $b$  и  $AD$ , если  $AB = 3$  и  $BD = 4$ .

**15.** Из одной точки к плоскости проведены две наклонные, отношение длин которых равно  $3 : 5$ . Найти длины этих наклонных, если их проекции соответственно равны  $\sqrt{33}$  и  $17$ .

**16.** Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии  $a$ , проведены две наклонные, образующие с плоскостью угол  $45^\circ$ , а между собой угол в  $60^\circ$ . Найти расстояние между концами наклонных.

**17.** Из точки, отстоящей от плоскости на расстоянии  $b$ , проведены две наклонные, образующие с плоскостью углы в  $30^\circ$  и  $45^\circ$ , а между собой прямой угол. Найти расстояние между концами наклонных.

**18.** Через вершину  $C$  прямого угла треугольника  $ABC$  проведена прямая  $a$ , перпендикулярная плоскости треугольника. Найти расстояние между прямыми  $a$  и  $AB$ , если  $AC = 15$ ,  $BC = 20$ .

**19.** Из точки к плоскости проведены две наклонные длиной  $23$  и  $33$  см. Найти расстояние от точки до плоскости, если проекции наклонных относятся как  $2 : 3$ .

**20.** Из данной точки проведены перпендикуляр и две наклонные к прямой. Наклонные равны  $41$  и  $50$  см. Проекция наклонных на прямую относятся как  $3 : 10$ . Найти длину перпендикуляра.

**21.** Отрезок  $AB$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Его концы отстоят от плоскости на расстоянии  $2$  и  $4$  см. Найти угол между этим отрезком и плоскостью  $\alpha$ , если проекция отрезка на плоскость равна  $6$  см.

**22.** Из точки к плоскости проведены две наклонные длиной  $13$  и  $37$  см. Найти расстояние от точки до плоскости, если проекции наклонных относятся как  $1 : 7$ .

**23.** Из точки к плоскости проведены две наклонные длиной  $10$  и  $15$  см. Найти проекцию второй наклонной на эту плоскость, если проекция первой равна  $7$  см.

**24.** Расстояния от точки  $A$  до граней прямого двугранного угла равны  $5$  и  $12$  см. Найти расстояние от точки  $A$  до ребра двугранного угла.

**25.** Из точки к плоскости проведены две наклонные, длины которых относятся как  $5 : 6$ . Найти расстояние от этой точки до плоскости, если соответствующие проекции наклонных равны  $4$  см и  $4\sqrt{3}$  см.

## Тема 22. Многогранники

**Задание 46.** Найдите длины диагоналей, площадь диагонального сечения, площадь полной поверхности и объем куба, ребро которого равно  $a$ . Построить куб и развертку куба.

- |                         |                          |                          |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <b>1.</b> $a = 2$ м.    | <b>2.</b> $a = 20$ см.   | <b>3.</b> $a = 3$ см.    |
| <b>4.</b> $a = 10$ м.   | <b>5.</b> $a = 15$ см.   | <b>6.</b> $a = 13$ см.   |
| <b>7.</b> $a = 2$ м.    | <b>8.</b> $a = 5$ см.    | <b>9.</b> $a = 6$ см.    |
| <b>10.</b> $a = 2$ м.   | <b>11.</b> $a = 11$ см.  | <b>12.</b> $a = 14$ см.  |
| <b>13.</b> $a = 4$ м.   | <b>14.</b> $a = 7$ см.   | <b>15.</b> $a = 9$ см.   |
| <b>16.</b> $a = 2,5$ м. | <b>17.</b> $a = 2,4$ см. | <b>18.</b> $a = 1,3$ см. |
| <b>19.</b> $a = 12$ м.  | <b>20.</b> $a = 21$ см.  | <b>21.</b> $a = 16$ см.  |
| <b>22.</b> $a = 4,2$ м. | <b>23.</b> $a = 18$ см.  | <b>24.</b> $a = 3,1$ м.  |
| <b>25.</b> $a = 25$ м.  |                          |                          |

**Задание 65.** Найдите длины диагоналей, площадь полной поверхности и объем прямоугольного параллелепипеда с ребрами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Построить развертку полной поверхности параллелепипеда.

1.  $a = 1$  см,  $b = 3$  см,  $c = 4$  см.
2.  $a = 1$  см,  $b = 3$  см,  $c = 4$  см.
3.  $a = 5$  см,  $b = 7$  см,  $c = 6$  см.
4.  $a = 10$  см,  $b = 3$  см,  $c = 9$  см.
5.  $a = 4$  см,  $b = 8$  см,  $c = 9$  см.
6.  $a = 7$  см,  $b = 4$  см,  $c = 5$  см.
7.  $a = 5$  см,  $b = 9$  см,  $c = 7$  см.
8.  $a = 10$  см,  $b = 4$  см,  $c = 3$  см.
9.  $a = 3$  см,  $b = 3$  см,  $c = 6$  см.
10.  $a = 8$  см,  $b = 2$  см,  $c = 4$  см.
11.  $a = 9$  см,  $b = 8$  см,  $c = 6$  см.
12.  $a = 6$  см,  $b = 3$  см,  $c = 9$  см.
13.  $a = 9$  см,  $b = 7$  см,  $c = 5$  см.
14.  $a = 5$  см,  $b = 6$  см,  $c = 7$  см.
15.  $a = 4$  см,  $b = 8$  см,  $c = 3$  см.
16.  $a = 3$  см,  $b = 4$  см,  $c = 5$  см.
17.  $a = 5$  см,  $b = 1$  см,  $c = 6$  см.
18.  $a = 2$  см,  $b = 3$  см,  $c = 4$  см.
19.  $a = 8$  см,  $b = 8$  см,  $c = 5$  см.
20.  $a = 5$  см,  $b = 6$  см,  $c = 7$  см.
21.  $a = 2$  м,  $b = 4$  м,  $c = 2$  м.
22.  $a = 16$  см,  $b = 4$  см,  $c = 5$  см.
23.  $a = 9$  м,  $b = 1$  м,  $c = 6$  м.
24.  $a = 6$  см,  $b = 3$  см,  $c = 7$  см.
25.  $a = 1$  м,  $b = 8$  м,  $c = 4$  м.

**Задание 47.** Найти площадь полной поверхности и объем правильной треугольной призмы, у которой каждое ребро равно  $a$ . Построить развертку полной поверхности призмы.

1.  $a = 2$  см.
2.  $a = 20$  см.
3.  $a = 3$  см.

4.  $a = 10$  м.
5.  $a = 15$  см.
6.  $a = 13$  см.
7.  $a = 2,5$  см.
8.  $a = 5$  см.
9.  $a = 6$  см.
10.  $a = 7$  см.
11.  $a = 11$  см.
12.  $a = 14$  см.
13.  $a = 4$  м.
14.  $a = 40$  см.
15.  $a = 9$  см.
16.  $a = 2,5$  м.
17.  $a = 2,4$  см.
18.  $a = 1,3$  см.
19.  $a = 12$  м.
20.  $a = 21$  см.
21.  $a = 16$  см.
22.  $a = 4,2$  см.
23.  $a = 18$  см.
24.  $a = 3,1$  см.
25.  $a = 25$  м.

**Задание 48.** Найдите апофему, высоту, площадь полной поверхности и объем правильной четырехугольной пирамиды, у которой каждое ребро равно  $a$ . Построить пирамиду и развертку полной поверхности пирамиды.

1.  $a = 22$  см.
2.  $a = 20$  см.
3.  $a = 3$  см.
4.  $a = 10$  м.
5.  $a = 15$  см.
6.  $a = 13$  см.
7.  $a = 14$  см.
8.  $a = 5$  см.
9.  $a = 6$  см.
10.  $a = 20$  см.
11.  $a = 11$  см.
12.  $a = 2,4$  см.
13.  $a = 4$  м.
14.  $a = 7$  см.
15.  $a = 9$  см.
16.  $a = 2,5$  м.
17.  $a = 2,4$  см.
18.  $a = 1,3$  см.
19.  $a = 12$  см.
20.  $a = 21$  см.
21.  $a = 16$  см.

22.  $a = 4,2$  см.      23.  $a = 18$  см.      24.  $a = 3,1$  м.  
25.  $a = 25$  м.

### Тема 23. Тела и поверхности вращения

**Задание 49.** Найдите площадь осевого сечения, площадь полной поверхности и объем цилиндра, высота которого равна  $h$ , а радиус основания равен  $r$ . Сделать рисунок.

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $h = 10$ см, $r = 40$ см.  | 2. $h = 10$ см, $r = 4$ см.   |
| 3. $h = 50$ см, $r = 60$ см.  | 4. $h = 10$ см, $r = 9$ см.   |
| 5. $h = 40$ см, $r = 90$ см.  | 6. $h = 70$ см, $r = 50$ см.  |
| 7. $h = 50$ см, $r = 70$ см.  | 8. $h = 10$ см, $r = 30$ см.  |
| 9. $h = 30$ см, $r = 60$ см.  | 10. $h = 80$ см, $r = 40$ см. |
| 11. $h = 90$ см, $r = 60$ см. | 12. $h = 60$ см, $r = 90$ см. |
| 13. $h = 90$ см, $r = 50$ см. | 14. $h = 50$ см, $r = 70$ см. |
| 15. $h = 40$ см, $r = 30$ см. | 16. $h = 30$ см, $r = 50$ см. |
| 17. $h = 50$ см, $r = 60$ см. | 18. $h = 20$ см, $r = 40$ см. |
| 19. $h = 80$ см, $r = 50$ см. | 20. $h = 50$ см, $r = 70$ см. |
| 21. $h = 2$ м, $r = 1$ м.     | 22. $h = 16$ см, $r = 50$ см. |
| 23. $h = 9$ м, $r = 6$ м.     | 24. $h = 60$ см, $r = 70$ см. |
| 25. $h = 10$ м, $r = 4$ м.    |                               |

**Задание 50.** Найдите образующую, площадь осевого сечения, площадь основания, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности и объем конуса, высота которого равна  $h$ , а радиус основания равен  $r$ . Построить конус и развертку его полной поверхности.

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $h = 50$ см, $r = 40$ см.  | 2. $h = 10$ см, $r = 40$ см.  |
| 3. $h = 60$ см, $r = 40$ см.  | 4. $h = 9$ см, $r = 8$ см.    |
| 5. $h = 70$ см, $r = 90$ см.  | 6. $h = 27$ см, $r = 5$ см.   |
| 7. $h = 80$ см, $r = 70$ см.  | 8. $h = 12$ см, $r = 10$ см.  |
| 9. $h = 40$ см, $r = 60$ см.  | 10. $h = 21$ см, $r = 4$ см.  |
| 11. $h = 52$ см, $r = 60$ см. | 12. $h = 60$ см, $r = 50$ см. |
| 13. $h = 94$ см, $r = 50$ см. | 14. $h = 5$ см, $r = 9$ см.   |
| 15. $h = 43$ см, $r = 30$ см. | 16. $h = 3$ см, $r = 6$ см.   |
| 17. $h = 51$ см, $r = 60$ см. | 18. $h = 12$ см, $r = 40$ см. |
| 19. $h = 8$ см, $r = 5$ см.   | 20. $h = 50$ см, $r = 30$ см. |
| 21. $h = 2$ м, $r = 1$ м.     | 22. $h = 15$ см, $r = 50$ см. |
| 23. $h = 9$ см, $r = 16$ см.  | 24. $h = 60$ см, $r = 7$ см.  |
| 25. $h = 10$ см, $r = 12$ см. |                               |

### Тема 31. Измерения в геометрии

**Задание 51.** Решите задачи на вычисление площадей поверхностей и объемов тел.

**1.** Основание прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетом 6 см и острым углом  $45^\circ$ . Объем призмы равен  $108 \text{ см}^3$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.

**2.** Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и острым углом  $60^\circ$ . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

**3.** Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $8\sqrt{2}$  см. Найдите объем цилиндра.

**4.** Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. Найдите объем пирамиды, если все ее боковые ребра равны 13 см.

**5.** Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна  $6\sqrt{2}$  см. Найдите объем цилиндра.

**6.** Основание пирамиды – ромб со стороной 10 см и высотой 6 см. Найдите объем пирамиды, если все двугранные углы при ее основании равны  $45^\circ$ .

**7.** Высота цилиндра на 12 см больше его радиуса, а площадь полной поверхности равна  $288 \text{ см}^2$ . Найдите радиус основания цилиндра.

**8.** Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

**9.** Найдите высоту конуса, если площадь его осевого сечения равна  $6 \text{ дм}^2$ , а площадь основания равна  $8 \text{ дм}^2$ .

**10.** Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.

**11.** Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площадь боковой поверхности образованного при этом вращении конуса.

**12.** Найдите образующую усеченного конуса, если радиусы оснований равны 3 см и 6 см, а высота равна 4 см.

**13.** Найдите объем пирамиды с высотой  $h = 2$  м, если основанием служит квадрат со стороной 3 м.

**14.** Найдите площадь сферы, радиус которой равен 20 см.

**15.** Высота цилиндра на 12 см больше его радиуса, а площадь полной поверхности равна  $288 \text{ см}^2$ . Найдите высоту цилиндра.

**16.** Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с диаметром основания 1,5 м и высотой 3 м, если на один квадратный метр расходуется 200 г краски?

**17.** Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.

18. Радиусы оснований усеченного конуса равны 5 см и 11 см, а образующая равна 10 см. Найдите площадь осевого сечения.

19. Образующая конуса равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом  $30^{\circ}$ . Найдите площадь основания конуса.

20. Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг большего катета. Вычислите площадь полной поверхности образованного при этом вращении конуса.

21. Найдите площадь сферы, которая вписана в куб с ребром 20 см.

22. Найдите радиус цилиндра, если его объем равен 120, а высота равна 3,6.

23. Высота конуса равна диаметру его основания. Найдите объем конуса, если его высота равна 12 см.

24. Медный куб, ребро которого 10 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

25. Свинцовый шар, диаметр которого 20 см, переплавлен в шарики с диаметром в 10 раз меньше. Сколько таких шариков получилось?

### Тема 25. Координаты и векторы

**Задание 52.** Найдите координаты заданной точки по координатам других точек.

1. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $C(3; -2; 4)$  и  $B(0; 5; -1)$ .

2. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(-2; 3; 4)$  и  $D(5; 0; -1)$ .

3. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $M(4; -2; 3)$  и  $N(-1; 5; 0)$ .

4. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(4; -1; 5)$  и  $B(1; 6; 0)$ .

5. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $E(3; -2; 4)$  и  $F(0; 1; -1)$ .

6. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(-1; 0; 2)$  и  $B(0; -1; 0)$ .

7. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $C(3; -2; 4)$  и  $D(2; 3; -1)$ .

8. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(0; -2; -4)$  и  $B(0; -5; -1)$ .

9. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $M(3; -5; 0)$  и  $N(0; 5; 1)$ .

10. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(-1; 4; 0)$  и  $B(0; 2; -1)$ .

11. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $C(6; -2; 4)$  и  $D(4; 1; 1)$ .

12. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $N(3; 0; 0)$  и  $N(0; 3; -2)$ .

13. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $F(2; 2; 4)$  и  $K(0; 5; -1)$ .

14. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(3; -2; 4)$  и  $B(6; 0; -4)$ .

15. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $C(-1; 2; 0)$  и  $D(0; 4; -1)$ .

16. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $N(2; -2; 4)$  и  $M(0; -1; 1)$ .

17. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(5; 2; -4)$  и  $B(0; 0; -1)$ .

18. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $D(3; 1; 4)$  и  $C(0; 1; 0)$ .

19. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $S(-3; 2; 1)$  и  $B(0; -4; -1)$ .

20. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $M(0; -2; 4)$  и  $N(-4; 0; 1)$ .

21. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $E(3; -4; 4)$  и  $B(0; 6; 0)$ .

22. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(3; -2; 9)$  и  $B(0; 5; 4)$ .

23. На оси  $Oy$  найти точку, равноудаленную от точек  $C(0; 2; -4)$  и  $D(1; 0; -5)$ .

24. На оси  $Oz$  найти точку, равноудаленную от точек  $F(1; 0; 5)$  и  $S(-3; 2; 0)$ .

25. На оси  $Ox$  найти точку, равноудаленную от точек  $A(0; 2; 4)$  и  $B(0; -2; 1)$ .

**Задание 53.** Даны три вершины параллелограмма  $ABCD$ . Найдите координаты четвертой вершины.

1.  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 5; 0)$ ,  $C(2; 6; 0)$ .

2.  $A(2; 0; 1)$ ,  $B(-2; 5; 3)$ ,  $C(1; 3; 0)$ .

3.  $A(1; 0; 2)$ ,  $B(-1; 5; 1)$ ,  $C(2; 4; 1)$ .

4.  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 5; 0)$ ,  $C(1; 3; 0)$ .

5.  $A(1; -1; 1)$ ,  $B(-1; 4; 0)$ ,  $C(1; 2; 0)$ .

6.  $A(2; 0; 1)$ ,  $B(0; 5; 0)$ ,  $C(2; 3; 0)$ .

7.  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 6; 0)$ ,  $C(2; 6; 0)$ .

8.  $A(1; 0; 3)$ ,  $B(-1; 5; 2)$ ,  $C(2; 4; 2)$ .

9.  $A(-1; 0; 1)$ ,  $B(-3; 6; 0)$ ,  $C(0; 6; 0)$ .

10.  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 5; 0)$ ,  $C(1; 5; 0)$ .

11.  $A(1; 0; -1)$ ,  $B(-1; 5; -2)$ ,  $C(1; 5; -2)$ .

12.  $A(3; 0; 1)$ ,  $B(1; 5; 0)$ ,  $C(3; 5; 0)$ .

13.  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 5; 1)$ ,  $C(2; 6; 0)$ .

14.  $A(1; -3; 1)$ ,  $B(-1; 2; 1)$ ,  $C(2; 3; 0)$ .

15.  $A(3; 0; 1), B(1; 5; 1), C(4; 6; 0)$ .
16.  $A(4; 0; 1), B(2; 5; 0), C(5; 1; 3)$ .
17.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 0), C(2; 6; 0)$ .
18.  $A(3; 0; 1), B(1; 5; 0), C(4; 2; -1)$ .
19.  $A(1; 0; 0), B(-1; 5; 1), C(2; 4; 2)$ .
20.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 2), C(2; 6; 1)$ .
21.  $A(1; -1; 1), B(-1; 6; 2), C(2; 7; 1)$ .
22.  $A(1; 1; 1), B(-1; 6; 2), C(2; 7; 1)$ .
23.  $A(0; 0; 0), B(1; 4; 1), C(-1; 4; 1)$ .
24.  $A(-1; 0; 0), B(0; 4; 1), C(-2; 4; 1)$ .
25.  $A(-1; 0; 1), B(0; 4; 2), C(-2; 4; 2)$ .

**Задание 54.** Даны координаты точек  $A, B, C$ .

Найдите: а) длины векторов  $AB$  и  $AC$ ; б) скалярное произведение векторов  $AB$  и  $AC$ ; в) угол между векторами  $AB$  и  $AC$ .

1.  $A(1; 0; -1), B(-1; 4; -2), C(1; 5; -2)$ .
2.  $A(3; 0; 1), B(1; 5; 0), C(3; 5; 0)$ .
3.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 1), C(2; 6; 0)$ .
4.  $A(1; -3; 1), B(-1; 2; 1), C(2; 3; 0)$ .

5.  $A(3; 0; 1), B(1; 5; 1), C(4; 6; 0)$ .
6.  $A(4; 0; 1), B(2; 5; 0), C(5; 1; 3)$ .
7.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 0), C(2; 6; 0)$ .
8.  $A(3; 0; 1), B(1; 5; 0), C(4; 2; -1)$ .
9.  $A(1; 0; 0), B(-1; 5; 1), C(2; 4; 2)$ .
10.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 2), C(2; 6; 1)$ .
11.  $A(1; -1; 1), B(-1; 6; 2), C(2; 7; 1)$ .
12.  $A(1; 1; 1), B(-1; 6; 2), C(2; 7; 1)$ .
13.  $A(0; 0; 0), B(1; 4; 1), C(-1; 4; 1)$ .
14.  $A(-1; 0; 0), B(0; 4; 1), C(-2; 4; 1)$ .
15.  $A(-1; 0; 1), B(0; 4; 2), C(-2; 4; 2)$ .
16.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 0), C(2; 6; 0)$ .
17.  $A(2; 0; 1), B(-2; 5; 3), C(1; 3; 0)$ .
18.  $A(1; 0; 2), B(-1; 5; 1), C(2; 4; 1)$ .
19.  $A(1; 0; 1), B(-1; 5; 0), C(1; 3; 0)$ .
20.  $A(1; -1; 1), B(-1; 4; 0), C(1; 2; 0)$ .
21.  $A(2; 0; 1), B(0; 5; 0), C(2; 3; 0)$ .
22.  $A(1; 0; 1), B(-1; 6; 0), C(2; 6; 0)$ .

23.  $A(1; 0; 3)$ ,  $B(-1; 5; 2)$ ,  $C(2; 4; 2)$ .

24.  $A(-1; 0; 1)$ ,  $B(-3; 6; 0)$ ,  $C(0; 6; 0)$ .

25.  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 5; 0)$ ,  $C(1; 5; 0)$ .

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

### Основная

1. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10–11 кл. общеобразовательных учреждений / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова. – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 384 с.

2. Геометрия, 10–11: Учебник для общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 206 с.

### Дополнительная

1. Гусев В.А., Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля. Учебник для образовательных учреждений начального и среднего профессионального образования. – М.: Академия, 2010. – 384 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Действия с дробями

$$1. \frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}.$$

$$2. \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$3. \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$4. \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

### Формулы сокращенного умножения

$$1. a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

$$4. a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$$

$$2. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$5. a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

$$3. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$6. (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

$$7. (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

### Квадратные уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ где } a \neq 0,$$

$D = b^2 - 4ac$  – дискриминант уравнения;

при  $D < 0$  – уравнение не имеет действительных корней;

при  $D = 0$  – уравнение имеет единственный корень;

при  $D > 0$  – уравнение имеет два действительных корня

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

$$\text{При } D > 0 \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

$$\text{По теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}; \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}.$$

## Степень и ее свойства

Если  $x, y \in R, a, b > 0$ , то

$$1. a^0 = 1.$$

$$2. a^1 = a.$$

$$3. a^{-x} = \frac{1}{a^x}.$$

$$4. a^{-1} = \frac{1}{a}.$$

$$5. a^x \cdot a^y = a^{x+y}.$$

$$6. \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}.$$

$$7. (a^x)^y = a^{x \cdot y}.$$

$$8. (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x.$$

$$9. \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}.$$

### Свойства арифметических корней

Если  $m, n \in N, a, b > 0$ , то

$$1. a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; n \neq 1.$$

$$2. \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{при } a \geq 0, \\ -a, & \text{при } a < 0. \end{cases}$$

$$3. \sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|.$$

$$4. \sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a.$$

$$5. \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}; n, m \neq 1.$$

$$6. \sqrt[nm]{a^m} = \sqrt[n]{a}; n \neq 1.$$

$$7. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}; n \neq 1.$$

$$8. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}; n \neq 1, b \neq 0.$$

$$9. \sqrt[n]{a^n} = a; n \neq 1, a \geq 0.$$

$$10. a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}; n \neq 1.$$

### Логарифмы и их свойства

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0).$$

Основное логарифмическое тождество:  $a^{\log_a b} = b$ .

1.  $\log_a a = 1$ .

2.  $\log_a 1 = 0$ .

3.  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c) \quad (b > 0, c > 0)$ .

4.  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c} \quad (b > 0, c > 0)$ .

5.  $\log_a b^p = p \log_a b \quad (b > 0, p \in R)$ .

6.  $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b \quad (n \neq 0)$ .

7.  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (b > 0, c > 0, c \neq 1)$ .

8.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ .

### Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1;$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

### Формулы сложения

$$\sin x + y = \sin x \cos y + \cos x \sin y;$$

$$\sin x - y = \sin x \cos y - \cos x \sin y;$$

$$\cos x + y = \cos x \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\cos x - y = \cos x \cos y + \sin x \sin y;$$

$$\operatorname{tg} x + y = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

$$\operatorname{tg} x - y = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}.$$

### Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x; \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1; \quad \cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x;$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}.$$

### Формулы половинного аргумента

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}; \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2};$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}.$$

### Формулы преобразования суммы в произведение

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2};$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2};$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2};$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2};$$

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tgy} = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y};$$

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tgy} = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}.$$

### Формулы преобразования произведения в сумму

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \cos(x-y) - \cos(x+y);$$

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \cos(x-y) + \cos(x+y);$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} \sin(x-y) + \sin(x+y).$$

### Обратные тригонометрические функции

$$\arcsin a = \alpha, \text{ если } \sin \alpha = a, \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right];$$

$$\arccos a = \alpha, \text{ если } \cos \alpha = a, \alpha \in 0; \pi;$$

$$\operatorname{arctg} a = \alpha, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = a, \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\operatorname{arctg} a = \alpha, \text{ если } \operatorname{ctg} \alpha = a, \alpha \in 0; \pi.$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a;$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a;$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a;$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = \pi - \operatorname{arctg} a.$$

### Таблица некоторых значений тригонометрических функций

Аргумент	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$
Функция	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} x$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

Аргумент	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
Функция	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin x$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos x$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$tg x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$ctg x$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

### Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнение	Решение
$\sin x = a$ , где $ a  \leq 1$	$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$\cos x = a$ , где $ a  \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$tg x = a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$ctg x = a$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi \cdot n$ , где $n \in Z$

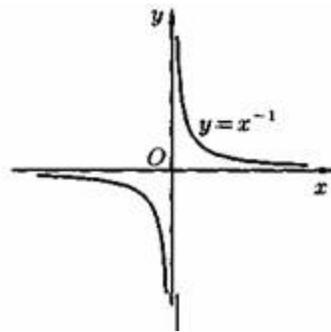
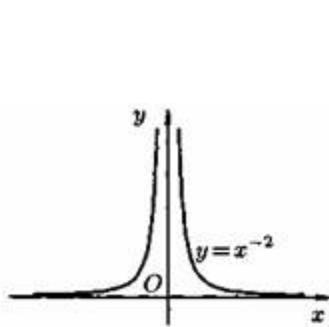
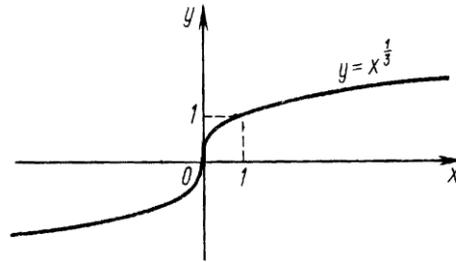
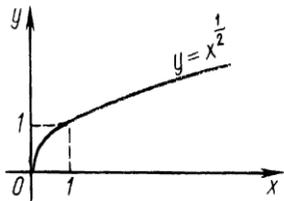
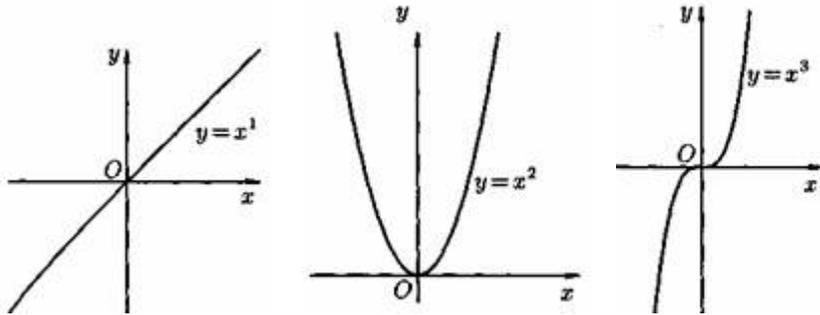
### Частные случаи

Уравнение	Решение
$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$\sin x = 0$	$x = \pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot n$ , где $n \in Z$

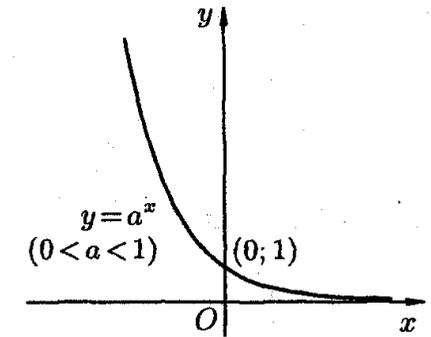
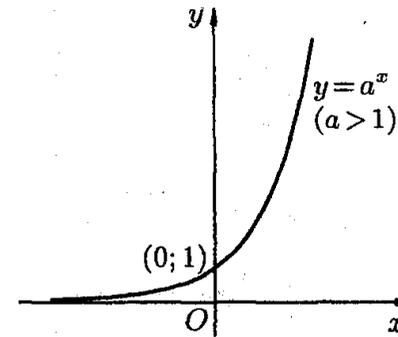
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n$ , где $n \in Z$
$\cos x = 1$	$x = 2 \cdot \pi \cdot n$ , где $n \in Z$

### Основные элементарные функции и их графики

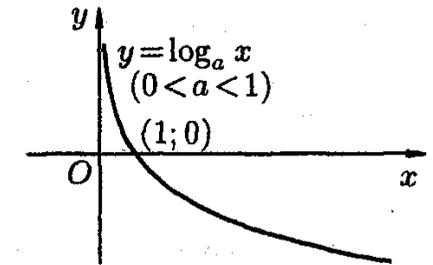
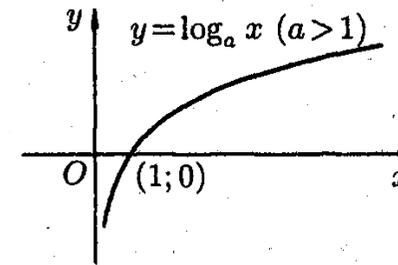
**Степенная функция**  $y=x^\alpha$ , где  $\alpha$  — действительное число. Например,



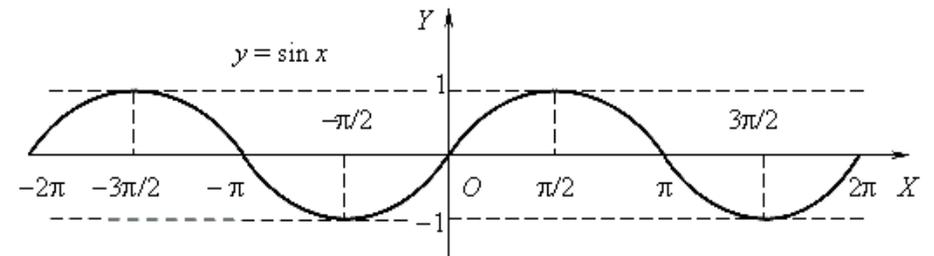
**Показательная функция**  $y=a^x$ , где  $a>0$ ,  $a\neq 1$ .

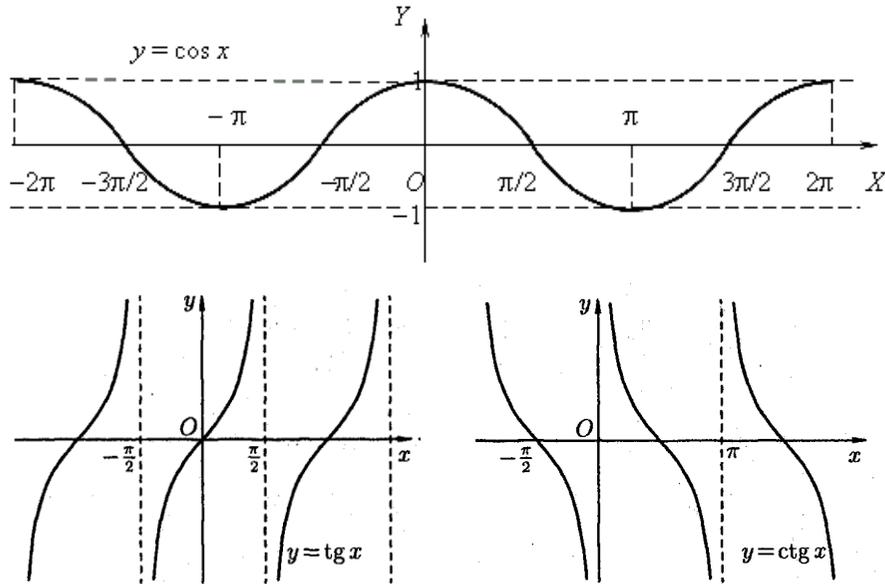


**Логарифмическая функция**  $y=\log_a x$ , где  $a>0$ ,  $a\neq 1$ .



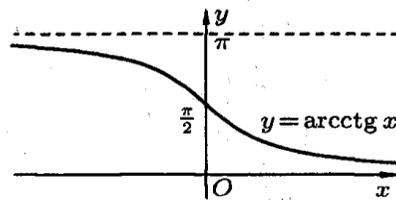
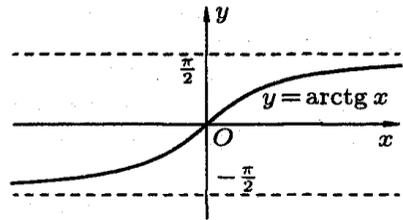
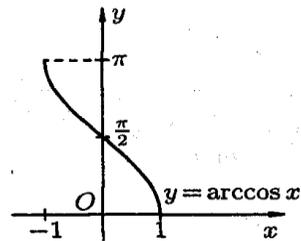
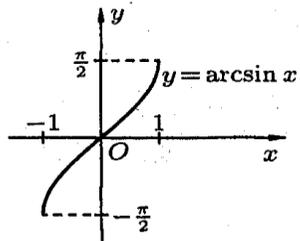
**Тригонометрические функции**  $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ,  
 $y=\operatorname{tg}x$ ,  $y=\operatorname{ctg}x$ .





**Обратные тригонометрические функции**

$y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arcctg} x$



**Производные основных элементарных функций**

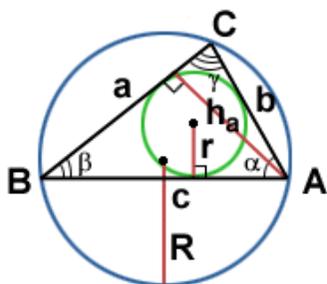
- 1.  $C' = 0$ .
- 2.  $x' = 1$ .
- 3.  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ .
- 4.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
- 5.  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$ .
- 6.  $(e^x)' = e^x$ .
- 7.  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ .
- 8.  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ .
- 9.  $(\sin x)' = \cos x$ .
- 10.  $(\cos x)' = -\sin x$ .
- 11.  $(\sec x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .
- 12.  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$ .
- 13.  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .
- 14.  $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .
- 15.  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ .
- 16.  $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ .

**Основные правила дифференцирования**

- 1.  $(C \cdot u)' = C \cdot u'$ .
- 2.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ .
- 3.  $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$ .
- 4.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$ ,

где  $C$  – постоянная величина и функции  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  имеют производные.

### Треугольник



$a, b, c$  – длины сторон треугольника;

$h$  – высота треугольника;

$\gamma$  – угол между сторонами  $a$  и  $b$ ;

$r$  – радиус вписанной окружности;

$R$  – радиус описанной окружности;

$P = a + b + c$  – периметр треугольника;

$p = \frac{a + b + c}{2}$  – полупериметр треугольника;

$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$  – площадь треугольника;

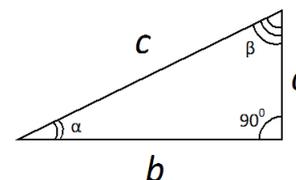
$S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$  – формула Герона;

$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$  – площадь треугольника по двум сторонам и углу между ними;

$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$  – площадь треугольника по трем сторонам и радиусу описанной окружности;

$S = p \cdot r$  – площадь треугольника по трем сторонам и радиусу вписанной окружности.

### Прямоугольный треугольник



$a, b$  – катеты;  $c$  – гипотенуза;

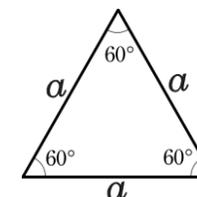
$c^2 = a^2 + b^2$  – теорема Пифагора;

$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$  – площадь прямоугольного треугольника;

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$ ;  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$  – соотношения в прямоугольном треугольнике;

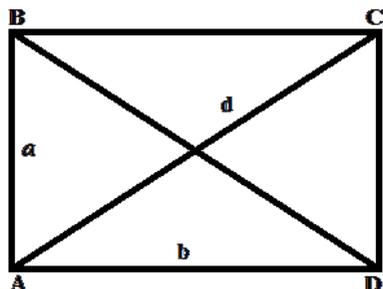
$R = \frac{c}{2}$  – радиус описанной около прямоугольного треугольника окружности.

### Равносторонний треугольник



$r = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a$ ,  $R = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a$  – радиусы вписанной и описанной окружностей;

$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$  – площадь равностороннего треугольника.

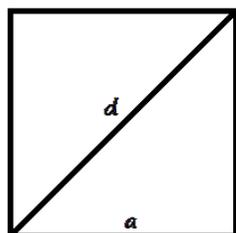
**Прямоугольник**

$a, b$  – длины сторон прямоугольника;

$d = \sqrt{a^2 + b^2}$  – диагональ прямоугольника;

$P = 2 \cdot (a + b)$  – периметр прямоугольника;

$S = a \cdot b$  – площадь прямоугольника.

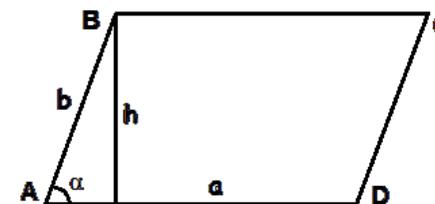
**Квадрат**

$a$  – длина стороны квадрата;

$d = a \cdot \sqrt{2}$  – длина диагональ квадрата;

$P = 4 \cdot a$  – периметр квадрата;

$S = a^2$ ,  $S = \frac{1}{2} \cdot d^2$  – формулы площади квадрата.

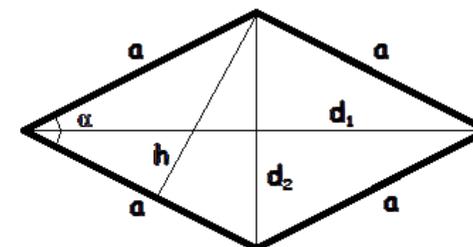
**Параллелограмм**

$a, b$  – длины сторон параллелограмма;

$h$  – длина высоты параллелограмма;

$S = a \cdot h$  – площадь параллелограмма;

$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$  – площадь параллелограмма по двум сторонам и углу между ними.

**Ромб**

$a$  – длина стороны ромба;

$h$  – длина высоты ромба;

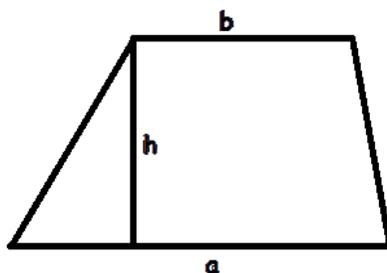
$\alpha$  – угол между сторонами ромба;

$d_1, d_2$  – длины диагоналей;

$S = a \cdot h$  – площадь ромба;

$S = a^2 \cdot \sin \alpha$ ,  $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$  – формулы площади ромба.

## Трапеция

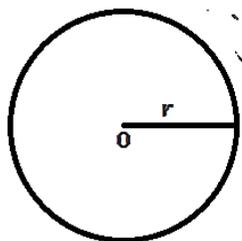


$a, b$  – длины оснований трапеции;  
 $c, d$  – длины боковых сторон трапеции;  
 $h$  – длина высоты трапеции;

$P = a + b + c + d$  – периметр трапеции;

$S = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$  – площадь трапеции.

## Окружность и круг



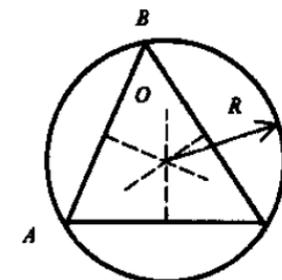
$r$  – радиус круга, окружности;

$d$  – диаметр круга, окружности;

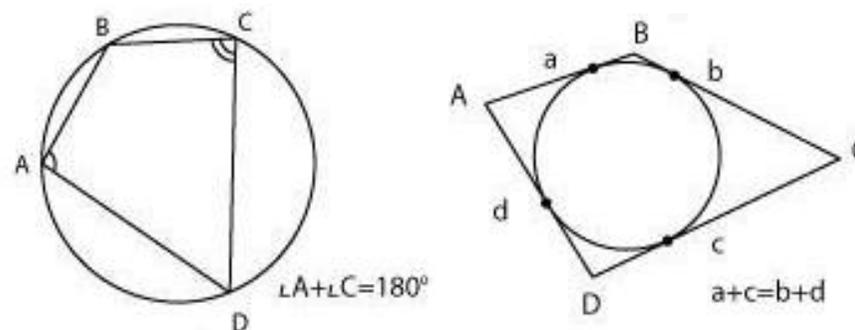
$S = \pi \cdot r^2$ ,  $S = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2$  – формулы площади круга;

$l = 2 \cdot \pi \cdot r$  – длина окружности.

## Свойства вписанных, описанных фигур

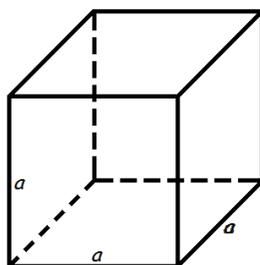


Описанная вокруг треугольника  $ABC$  окружность имеет центр в пересечении перпендикуляров к серединам сторон.



Четырехугольник можно вписать в окружность, если суммы его противоположных углов равны  $180^\circ$ .

Четырехугольник можно описать вокруг окружности, если суммы длин его противоположных сторон равны.

**Куб**

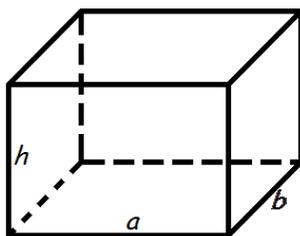
$a$  – ребро куба;

$d = a\sqrt{3}$  – диагональ куба;

$S = a^2$  – площадь одной грани куба;

$S = 6a^2$  – площадь полной поверхности куба;

$V = a^3$  – объем куба.

**Прямоугольный параллелепипед**

$a$  – длина основания;

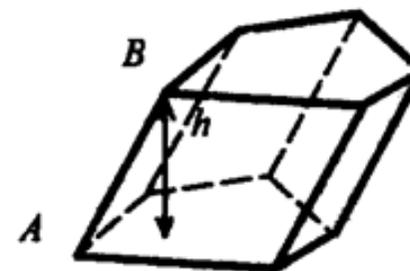
$b$  – ширина основания;

$h$  – высота параллелепипеда;

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$  – диагональ параллелепипеда;

$S = a \cdot b$  – площадь основания;

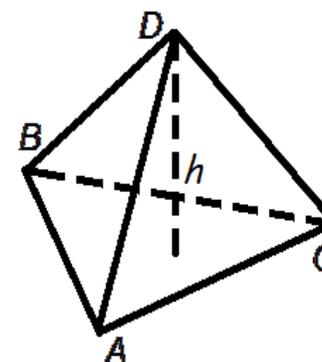
$V = a \cdot b \cdot h$  – объем прямоугольного параллелепипеда.

**Призма**

$h$  – высота призмы;

$S = 2 \cdot S_{осн.} + S_{бок.}$  – площадь полной поверхности призмы;

$V = S_{осн.} \cdot h$  – объем призмы.

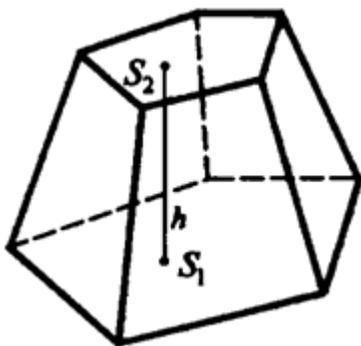
**Пирамида**

$h$  – высота пирамиды;

$S = S_{осн.} + S_{бок.}$  – площадь полной поверхности пирамиды;

$V = \frac{1}{3} \cdot S_{осн.} \cdot h$  – объем пирамиды.

## Усеченная пирамида



$h$  – высота усеченной пирамиды;

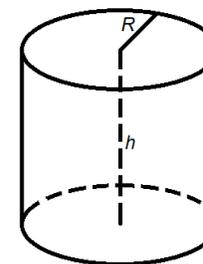
$S_1$  – площадь нижнего основания пирамиды;

$S_2$  – площадь верхнего основания пирамиды;

$S = S_1 + S_2 + S_{бок.}$  – площадь полной поверхности усеченной пирамиды;

$V = \frac{1}{3} \cdot (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}) \cdot h$  – объем усеченной пирамиды.

## Цилиндр



$R$  – радиус основания цилиндра;

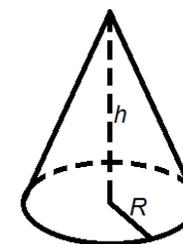
$h$  – высота цилиндра;

$S = \pi \cdot R^2$  – площадь основания;

$S = 2 \cdot \pi \cdot R^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$  – площадь полной поверхности цилиндра;

$V = \pi \cdot R^2 \cdot h$  – объем цилиндра.

## Конус



$R$  – радиус основания;

$h$  – высота конуса;

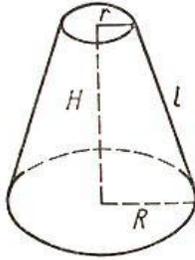
$l$  – образующая конуса;

$S_{осн.} = \pi \cdot R^2$  – площадь основания конуса;

$S_{бок.} = \pi \cdot R \cdot l$  – площадь боковой поверхности конуса;

$V = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot h$  – объем конуса.

## Усеченный конус



$R$  – радиус нижнего основания;

$r$  – радиус верхнего основания;

$H$  – высота усеченного конуса;

$l$  – образующая конуса;

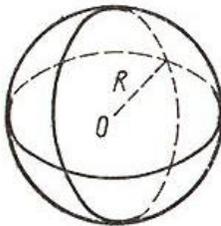
$S_{н.осн.} = \pi \cdot R^2$  – площадь нижнего основания конуса;

$S_{в.осн.} = \pi \cdot r^2$  – площадь верхнего основания конуса;

$S_{бок.} = \pi \cdot (r + R) \cdot l$  – площадь боковой поверхности;

$V = \frac{1}{3} \pi \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r) \cdot h$  – объем конуса.

## Шар, сфера



$R$  – радиус шара, сферы;

$S = 4\pi \cdot R^2$  – площадь сферы;

$V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3$  – объем шара.

## Векторы и координаты в пространстве

Координаты вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(x_1; y_1; z_1)$  и  $B(x_2; y_2; z_2)$ :

$$\overline{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1).$$

$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$  – длина вектора  $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ ;

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$  – скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;

$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$  – скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  в координатной форме;

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2}} \quad \text{– косинус}$$

угла  $\varphi$  между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$  – уравнение сферы с центром в точке  $(x_0; y_0; z_0)$  и радиусом  $R$ .